



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN

Willkommen zur Getriebesynthese

im Rahmen der

Angewandten Optimierung

Praxisorientiertes Lehrprojekt

rechnerunterstützt und optimal

Prof.Dr.-Ing.habil. Heinz Strauchmann

Teil 1:

Getriebeanalyse

Teil 2:

**Getriebesynthese/
Optimierung**



Präsentation des Lehrprojektes

Getriebesynthese – Standardaufgabe der Optimierung



Teil 2: **Getriebesynthese/ Optimierung**

Teil 2: Getriebesynthese/ Optimierung und Aufgaben, 80 Seiten



Technische Universität Dresden
Prof.Dr.-Ing.habil. Heinz Strauchmann
Autor von APPROX für Windows und des Lehrprojektes



Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden
Prof.Dr.-Ing. Iris Römhild
Professur für Konstruktion und Antriebstechnik

Säulen der rechnerunterstützten Getriebesynthese

Grafische und analytische Vorauswahl (optional) sowie
Synthese mittels Optimierung (strategisch).

Bewährtes bewahren – Neues anwenden

Grafische und rechnerische Synthese – dazu gehören auch

Kurventafeln und Atlanten.

Rechnerunterstützte Synthese
unter Einbeziehung der Optimierungsrechnung –
dazu gehören Strukturoptimierung, Formulierung von
Zielfunktionen und Nebenbedingungen sowie Bereitstellung
leistungsstarker Optimierungsstrategien.



Ausblick auf die Getriebesynthese Synthese als Optimierungsaufgabe

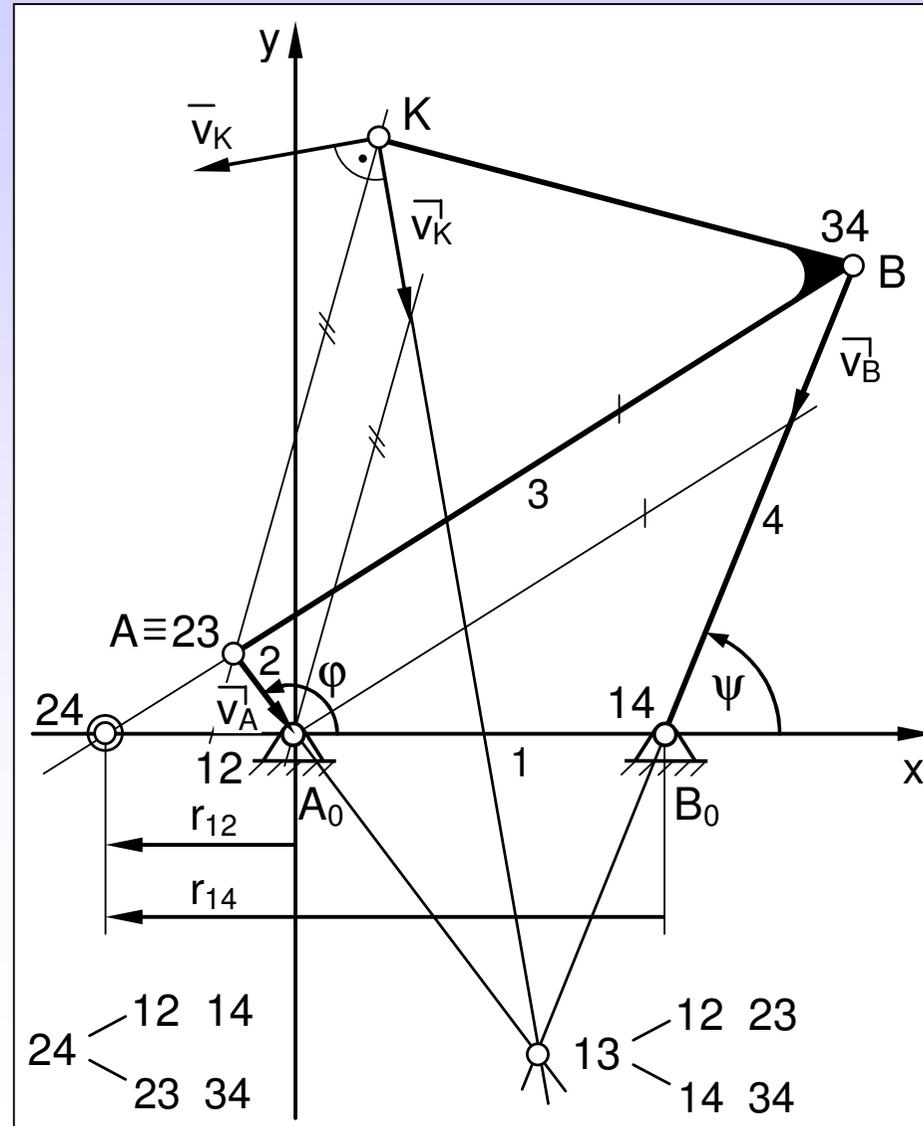
rechnerunterstützt und optimal

Heinz Strauchmann



Analyse – Voraussetzung für die Synthese als Optimierungsaufgabe

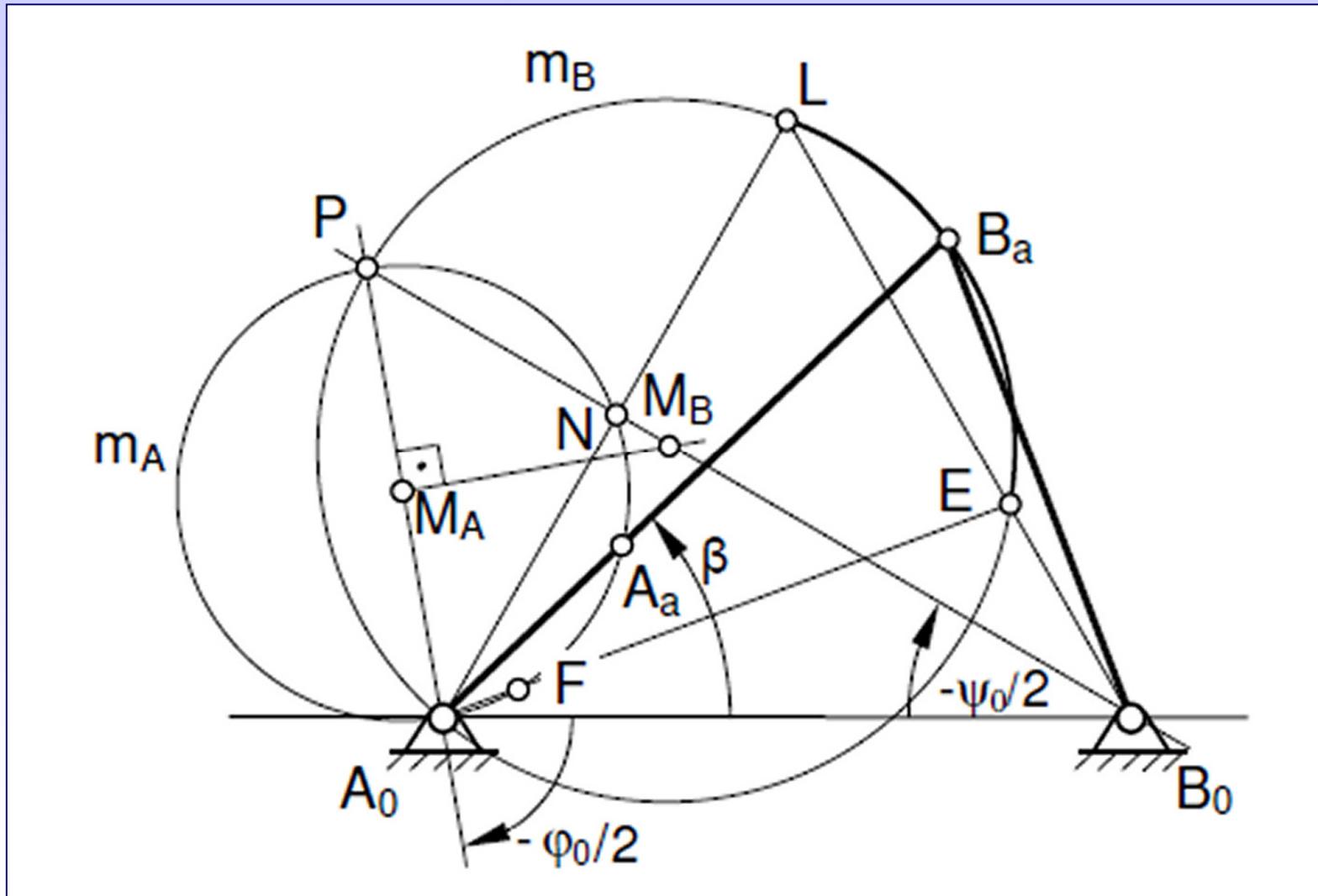
Kinematische Größen



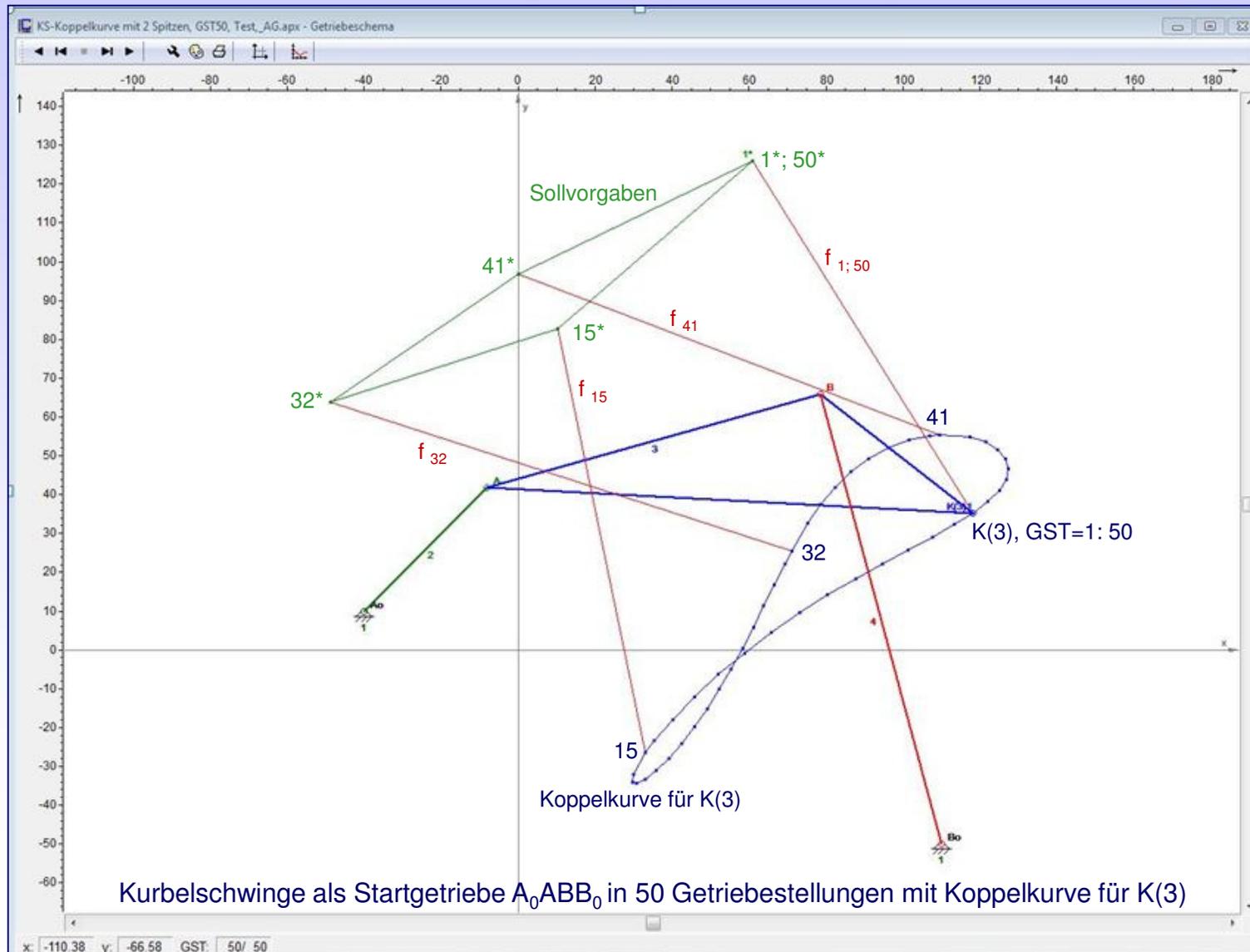
Kurbelschwinge

Rechnerunterstützte Lösung

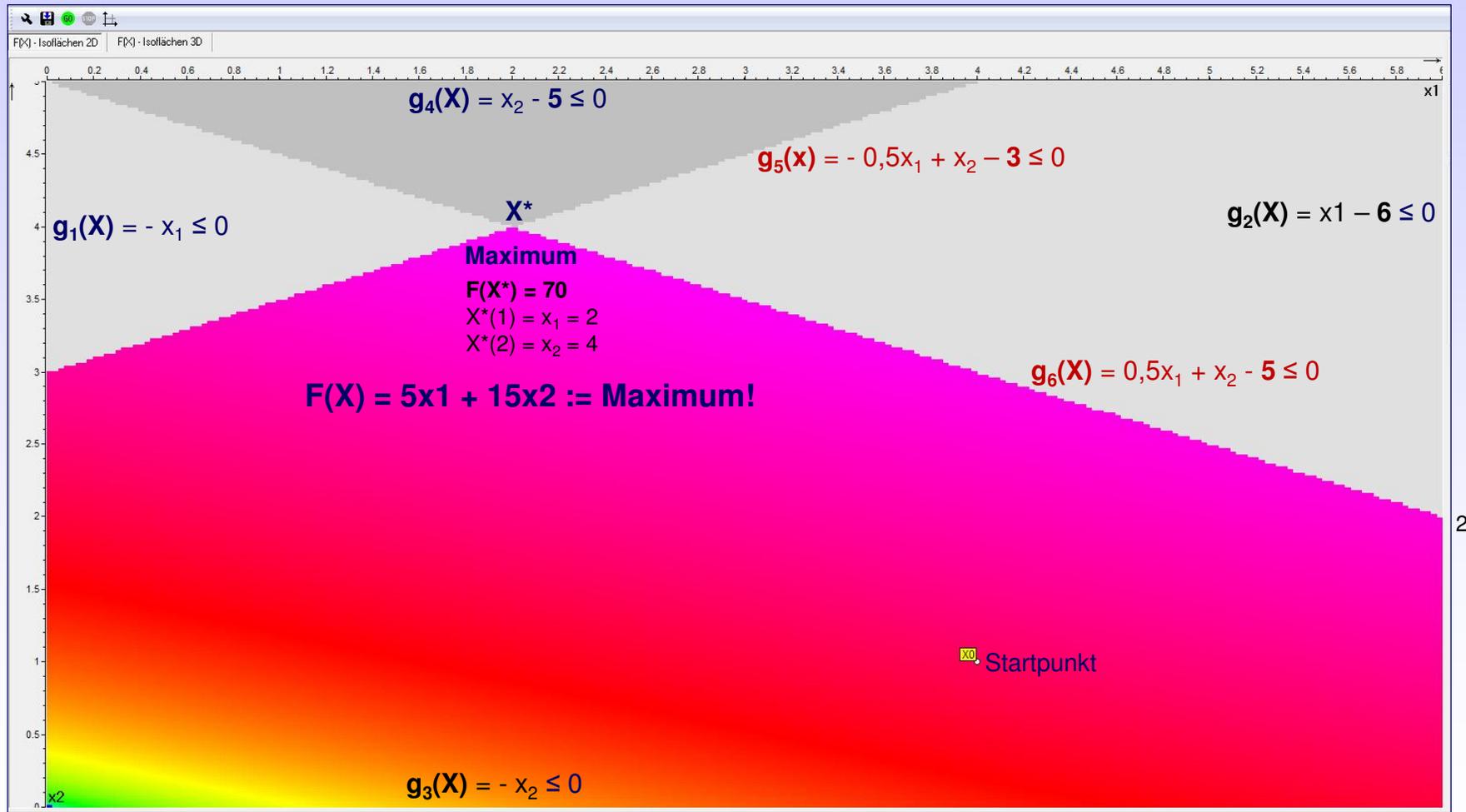
Totlagenkonstruktion nach Alt



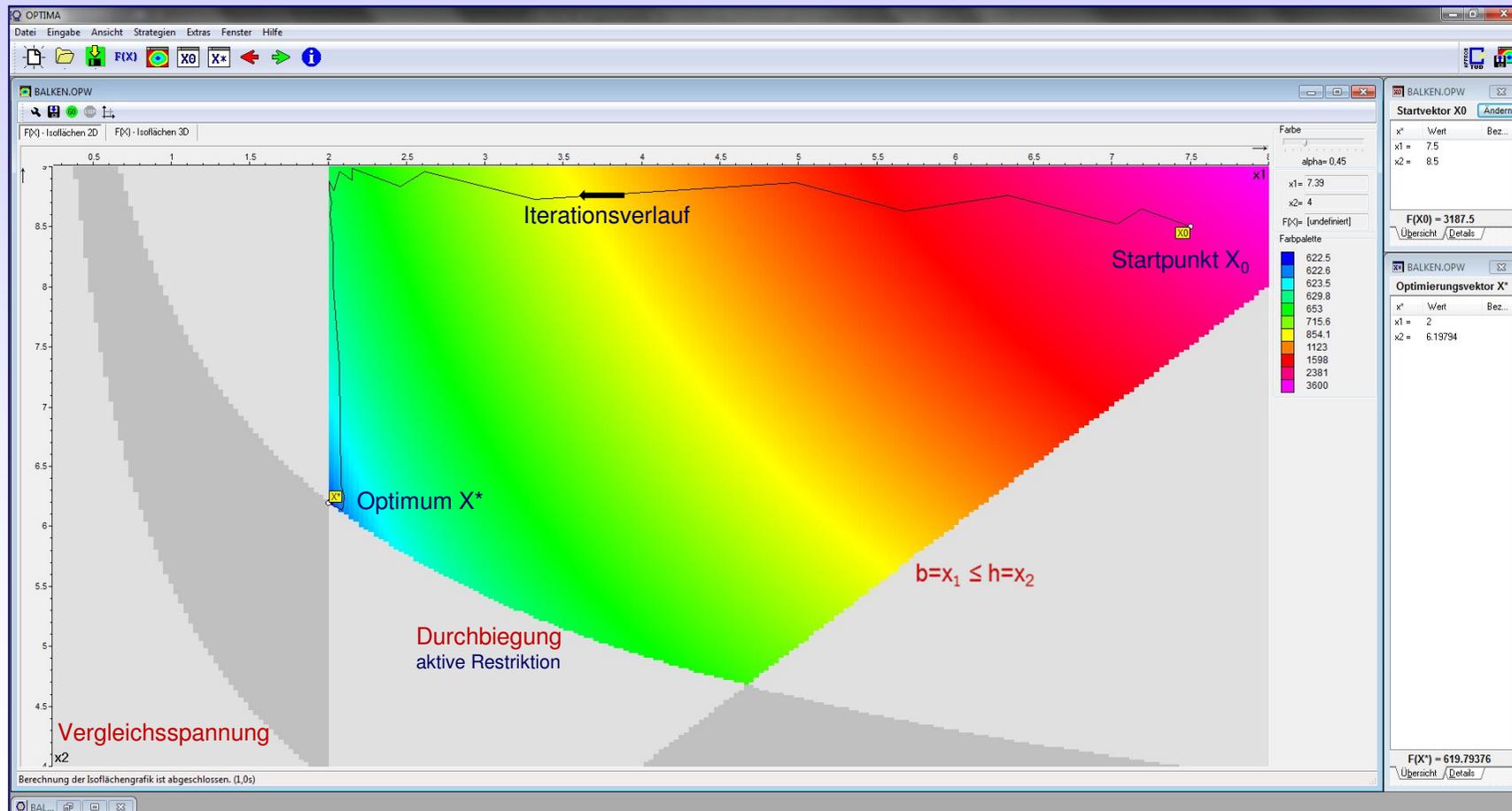
Kurbelschwinge für Koppelkurve mit 2 Spitzen



Linearen Optimierung mit 2 Variablen und 6 Nebenbedingungen: Maximierungsaufgabe

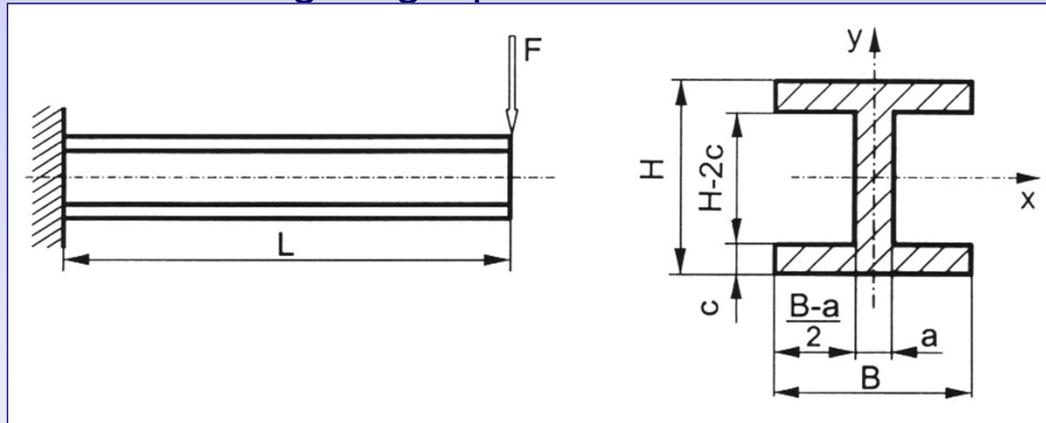


Einseitig eingespannter Balken mit Rechteckquerschnitt und Einzellast am Balkenende Beispiel der **Technischen Mechanik**



Ermittlung der Kompromissmenge für ein **2 – kriterielles Optimierungsproblem:**

Einseitig eingespannter und durch eine Kraft belasteter Profilbalken



$F=10\text{kN}$, $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $L=2000\text{mm}$, $a=5\text{mm}$
 $d=2c=10\text{mm}$

$F_1(X)$: **Fläche**:= Min!
 $F_2(X)$: maximale **Durchbiegung**:= Min!

Technisches Modell

Für den vorgegebenen Belastungsfall sollen die **Fläche** und die **Durchbiegung** minimale Werte annehmen.

Mathematisches/ Optimierungsmodell

Algorithmen für die Querschnittsfläche und die max. Durchbiegung mit $\mathbf{x}_1 = B$; $\mathbf{x}_2 = H$

Ersatzzielfunktion $F(X) = F_E(X)$:= Minimum!

$$F_E(X) = \lambda \frac{F_1(X)}{F_{1N}} + (1 - \lambda) \frac{F_2(X)}{F_{2N}}$$

$$F_{1N}(X^*) = 1450 \text{ mm}^2$$

$$F_{2N}(X^*) = 0,364 \text{ mm}$$

$$F(X) = \frac{\lambda}{1450} (x_1 d + a(x_2 - d)) + \frac{1 - \lambda}{0,364} \left(\frac{FL^3}{48EI(X)} \right)$$

Die Kompromissmenge, aus der das Optimum ausgewählt wird, ergibt sich für $\lambda = 0$ bis 1 .

Die **Entwicklung eines Koppelgetriebes**, auch als **Auslegung** bezeichnet, beginnt mit der **Präzisierung der Aufgabenstellung** und endet im besten Fall mit einer optimalen und praxistauglichen Variante. Sie sollte möglichst alle Forderungen realisieren, die an das zu entwickelnde Getriebe gestellt werden.

Als Hauptforderung wird die Erfüllung der für den technologischen Prozess erforderlichen **Übertragungsfunktion** und **Führungsbahn** des Getriebes definiert.

Hat sich der Bearbeiter unter Einbeziehung der **Strukturoptimierung** zum Beispiel für ein Koppelgetriebe entschieden, muss er des Weiteren beachten, dass die zu **realisierende Aufgabe** nach Festlegung von Toleranzen im Allgemeinen nur **angenähert** erfüllt werden kann. Als Sonderfall können allerdings auch exakte Syntheseergebnisse erwartet werden.

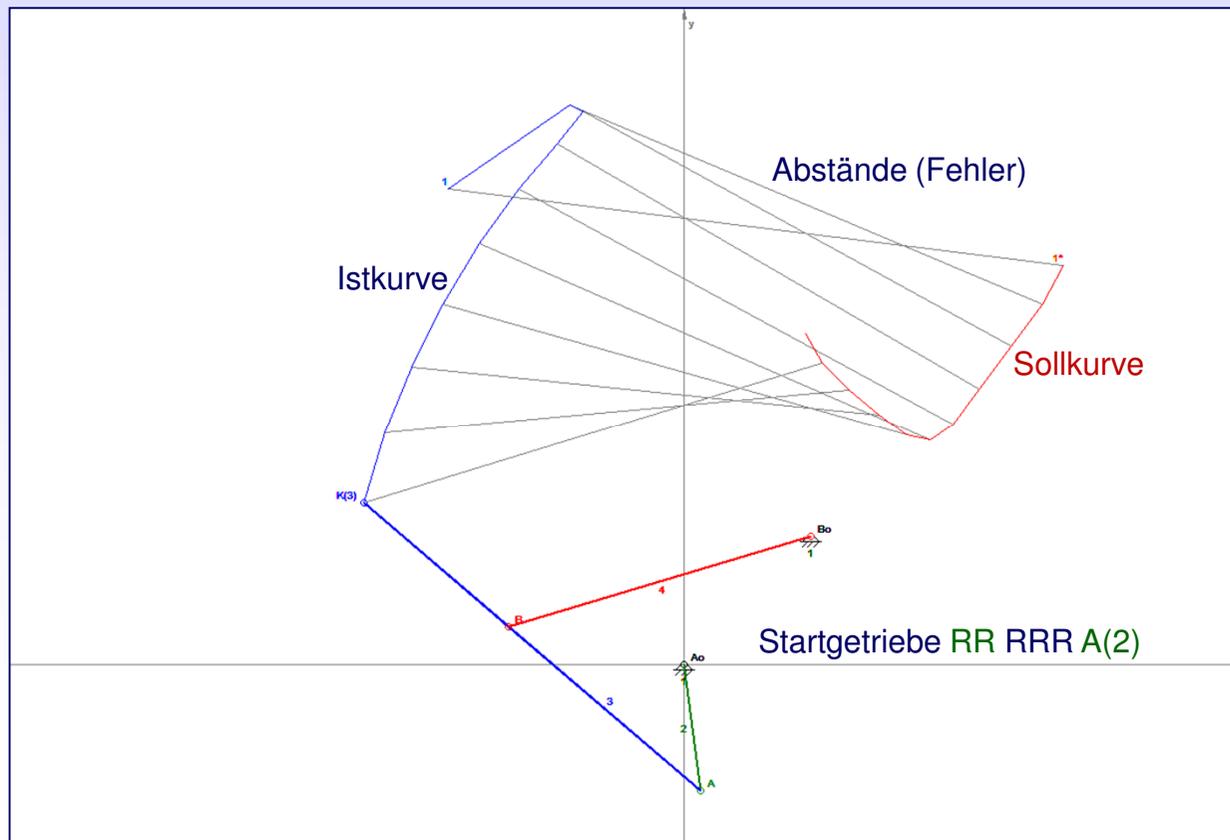
Während bei den in der Vergangenheit durchgeführten Entwicklungen die **grafischen Syntheseverfahren** mit dem Ziel der **Exakten Synthese** mit einer eingeschränkten Zahl von Restriktionen (Nebenbedingungen) dominierten, folgte später das Verfahren der **Synthese durch iterative Analyse** mit mehr Restriktionen, aber auch eingeschränkten Qualitätsanforderungen. Die exakte Synthese bleibt jedoch immer als Sonderfall erhalten. Beispiele dafür sind die Totlagenkonstruktion nach Alt, das Ebenenlagen-Problem oder die Punktlagenreduktion.

Einen Qualitätssprung brachte die Bereitstellung leistungsfähiger numerischer Verfahren und moderner Rechentechnik. Die daraus resultierende Vorgehensweise der Synthese von Koppelgetrieben wird als **Angenäherte/ Approximative Getriebesynthese** bezeichnet.

Die anstehenden Aufgaben im Rahmen der **Getriebetechnik II** werden wir gemeinsam unter folgendem Aspekt bearbeiten:

**Getriebesynthese – Standardaufgabe der Nichtlinearen Optimierung
Dresdner Lösungsstrategie**

- ★ **Getriebesynthese – Standardaufgabe der Nichtlinearen Optimierung**
- ★ Dresdner Lösungsstrategie
- ★ Syntheseverfahren
- ★ Optimierungsstrategien
- ★ Synthesebeispiele mit Lösungshinweisen
- ★ Probleme bei der Synthese/ Optimierung
- ★ Einstieg in die Nichtlineare Optimierung



Kurbelschwinge
 zur Realisierung einer
 vorgegebenen Bahnkurve
 (Sollkurve)

Standardaufgabe der Nichtlinearen Optimierung

Minimierung einer Zielfunktion $F(X)$

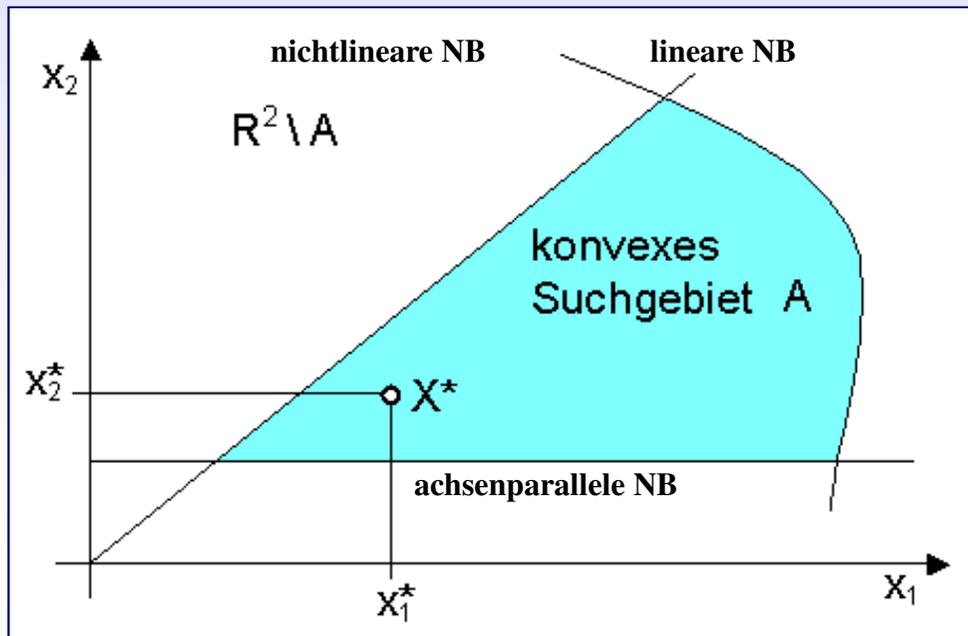
Mathematische Formulierung

$F(X) := \text{Minimum!}$

$X \in \mathbf{A} := (X \in \mathbb{R}^n : g_j(X) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m)$

Zielfunktion $F(X)$ aus **Algorithmensystemen**

Grafische Interpretation



Optimierungsstrategien

- Nelder-Mead
- Monte Carlo
- Gauß-Seidel
- Hooke-Jeeves

$F(X) \Rightarrow$ Zielfunktion

$g(X) \Rightarrow$ Restriktionsfunktionen

Standardaufgabe der Nichtlinearen Optimierung

Minimierung einer Zielfunktion $F(X) = f(X)$

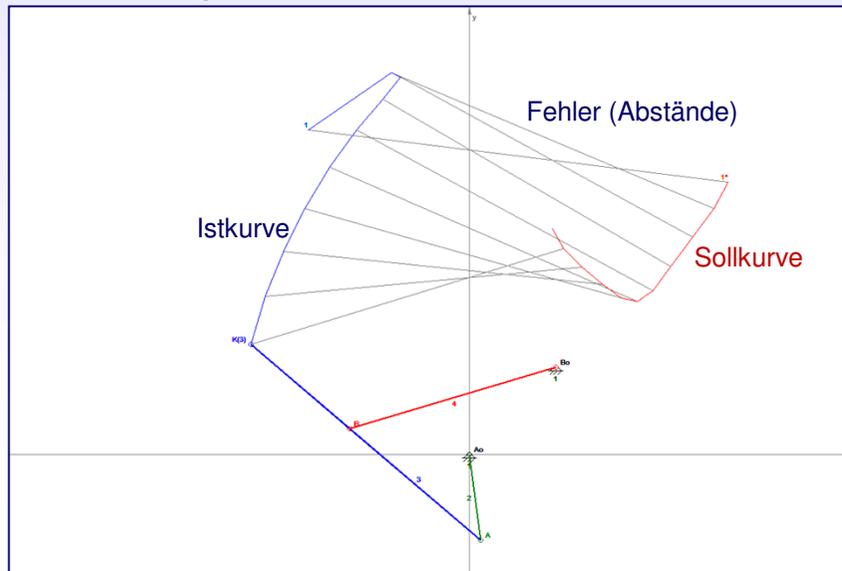
Getriebetechnische Interpretation

$F(X) := \text{Minimum!}$

$X \in \mathbf{A} := (X \in \mathbb{R}^n : \mathbf{g}_j (X) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m)$

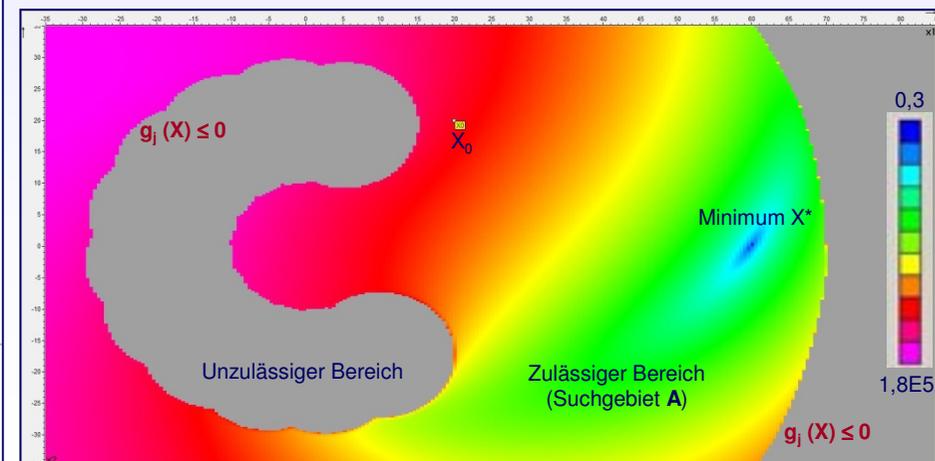
Zielfunktion $F(X)$ aus **Fehlerfunktion $f(X)$**

Startgetriebe mit Ist- und Sollkurve



Fehlerfunktion $f(X)$ nach Gauß

$$f(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{x_j} (x_j - x_j^*))^2 + (W_{y_j} (y_j - y_j^*))^2 \right)$$



Die **Angenäherte Getriebesynthese** ist eine Standardaufgabe der Nichtlinearen Optimierung und Bestandteil der Angewandten Optimierung.

Die Zielfunktion $F(X)$ wird aufgabengebunden und rechnerintern aus einer Fehlerfunktion $f(X)$ gebildet, die aus Abständen zugeordneter Wertepaare der Übertragungsfunktionen bzw. Führungsbahnen des Ausgangsgetriebes (Istwerte) und der zu realisierenden Sollwerte besteht.

Die Erstellung der Fehlerfunktion erfolgt über gewichtete Approximationskriterien von Gauß oder Tschebyshev.

Zur Transformation unzulässiger Komponenten des Variablenvektors X in das Gebiet zulässiger Lösungen wird eine Straffunktion $S(X)$ verwendet, die die Zielfunktion in die endgültige Form: $F(X) = f(X) + S(X)$ bringt.

Ausgangsgetriebe mit bewegungsunfähigen Bereichen werden über einen Monte-Carlo-Algorithmus in Startgetriebe für den Optimierungsprozess umgewandelt.

Die gegebenen Sollwerte sind in einen Forderungskatalog einzutragen, in dem auch differentialgeometrische Zusammenhänge zwischen den Übertragungsfunktionen bzw. Führungsbahnen zu berücksichtigen sind.

Der Übertragungswinkel μ_{\min} des Gesamtgetriebes wird als nichtlineare Restriktionsfunktion (Nebenbedingung) einbezogen.

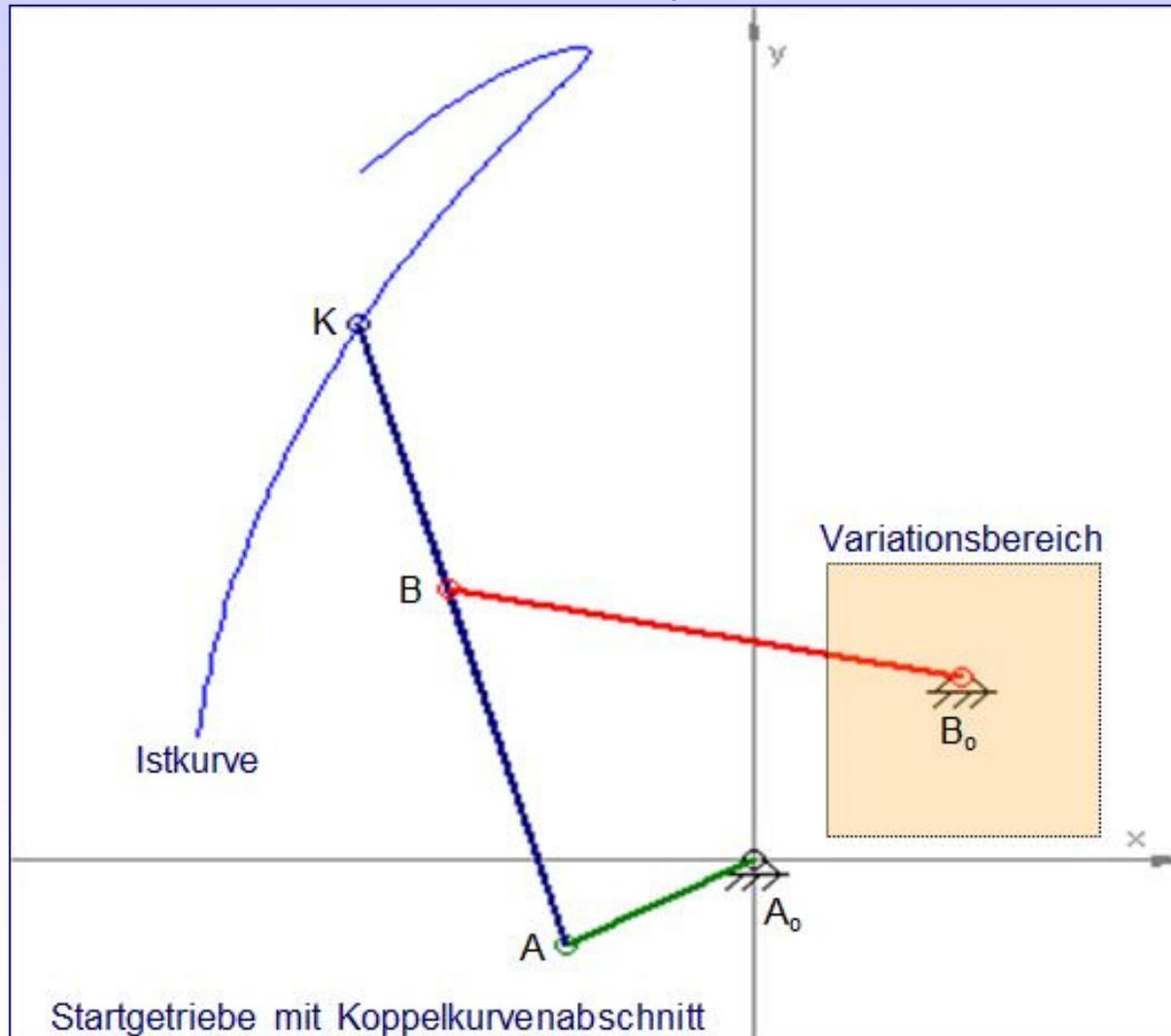
Mit Hilfe ableitungsfreier Optimierungsstrategien werden im Allgemeinen lokale Lösungen bereitgestellt. Aus dieser Lösungsmenge ist über weitere Bewertungskriterien die praxiswirksame Variante auszuwählen.

Die Strategie ist auch zur Bearbeitung von Gleichungssystemen geeignet.

Und dazu ein aussagekräftiges Beispiel

Führungsgetriebe/ Punktlagenführung

2-dimensionaler Variationsbereich für Komponenten des Variablenvektors $X[]$

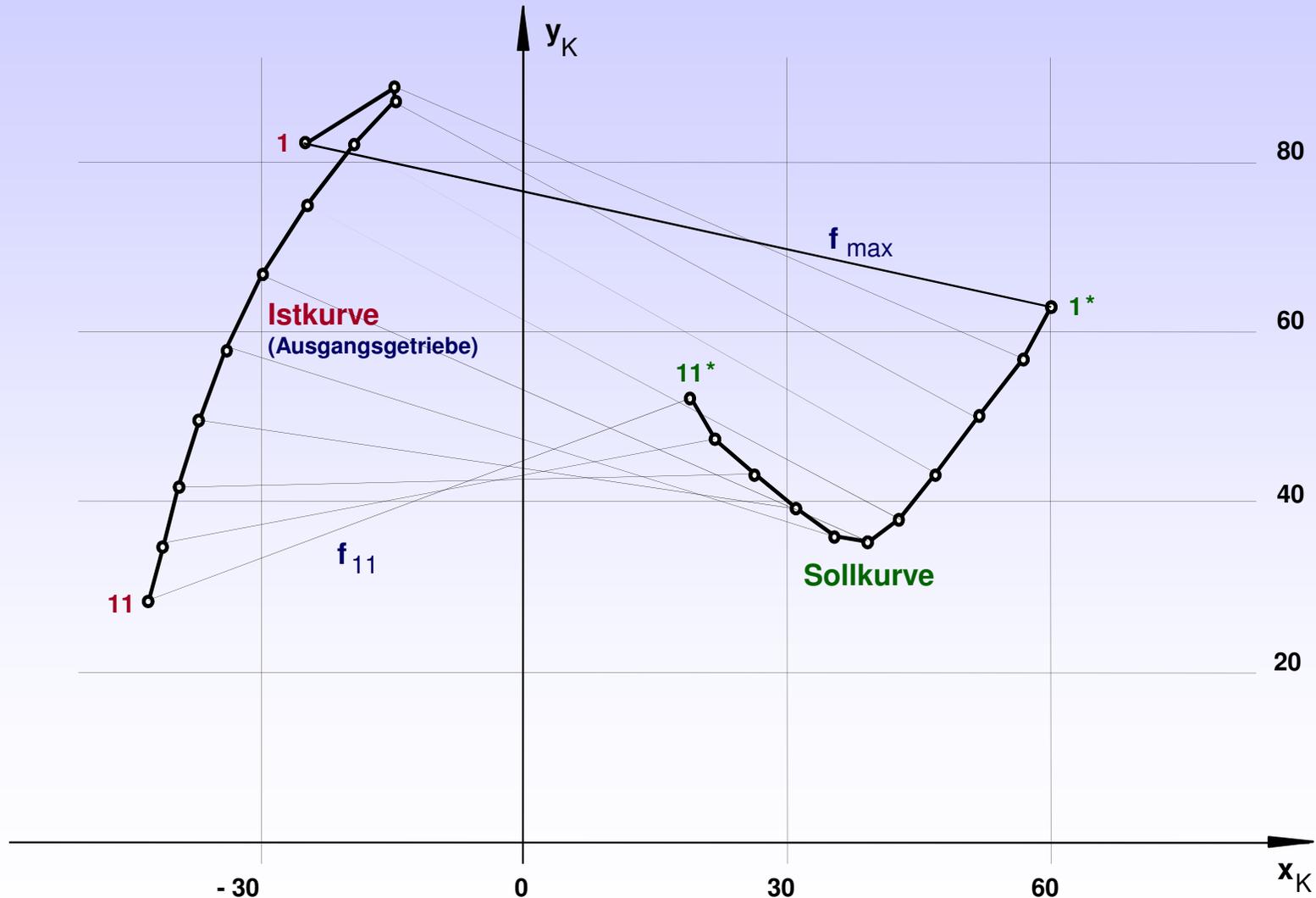


Variablenzuordnung:
 $X[1] = x_{B_0}$
 $X[2] = y_{B_0}$

Ausgangssituation für diese Aufgabe

Führungsgetriebe/ Punktlagenführung

Fehler (Abstände) zugeordneter Wertepaare/ Fehlerfunktion $f(X)$ als Zielfunktion $F(X)$



$$F(X) = f(X) + S(X)$$

Fehlerfunktionen $f(X)$ und Wichtungen W_j

Die empfohlenen Wichtungsfaktoren sind das Ergebnis zahlreicher Tests im Rahmen der Getriebesynthese.

Zugeordnete Punkte einer Führungsbahn

$$W_x = W_y = W_v = 1$$

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{xj} (x_j - x_j^*))^2 + (W_{yj} (y_j - y_j^*))^2 + (W_{vj} (v_j - v_j^*))^2 \right)$$

Zugeordnete Ebenenlagenpunkte und -winkel einer Führungsbahn

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{xj} (x_j - x_j^*))^2 + (W_{yj} (y_j - y_j^*))^2 + (W_{\beta j} (\beta_j - \beta_j^*))^2 \right)$$

$$W_x = 1$$

$$W_y = 1$$

$$W_{\beta} = 1$$

Zugeordnete Winkel/ Wege, ... von Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{0j} (q_j - q_j^*))^2 + (W_{1j} (\dot{q}_j - \dot{q}_j^*))^2 + (W_{2j} (\ddot{q}_j - \ddot{q}_j^*))^2 \right)$$

$$W_0 = 1$$

$$W_1 = 5$$

$$W_2 = 25$$

Fehlerfunktion $f(X)$ zur Zielfunktionsbildung $F(X)$ für das Beispiel

Die Fehlerfunktion $f(X)$ zugeordneter Punkte der Führungsbahn des Startgetriebes und der gegebenen Sollwerte ist Bestandteil der Zielfunktion $F(X)$.

Approximationskriterium von Gauß, Carl Friedrich (1777-1855)

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{xj} (x_j - x_j^*))^2 + (W_{yj} (y_j - y_j^*))^2 \right)$$



C. F. Gauß

Approximationskriterium von Tschebyschev, Pafnuty Lvovich (1821-1894)

$$f_T(X) = \max_{j=1}^m \left(W_{xj} |x_j - x_j^*| + W_{yj} |y_j - y_j^*| \right)$$



P. L. Tschebyschow *)

→ $F(X) = f(X) + S(X)$

*) In der Literatur auch als **Tschebyschev**, Tschebyscheff, Tschebyschew, Tschebyscheff oder Chebychev bekannt.

Getriebesynthese und Ergebnisinterpretation

Optimaler Entwurf einer **Kurbelschwinge** für eine mit 11 Punkten vorgegebene Sollkurve

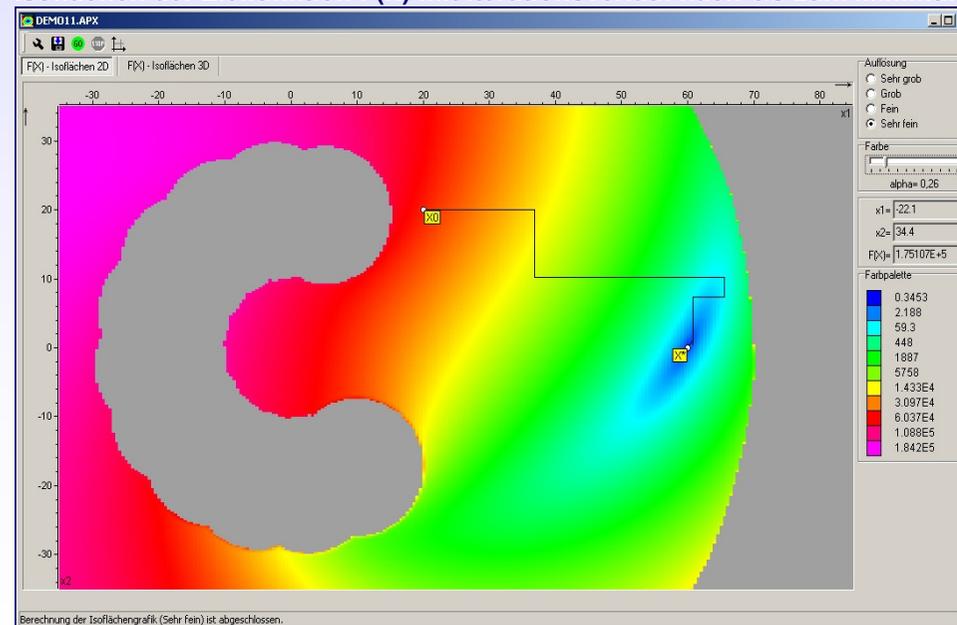
Sony VPCF11: i7-Prozessor

Variablenvektor $X[i]$, $i=1 \dots 20$

Konstruktive Größen	Antriebsgrößen
$X [1] = x_{Bo}$	$X [10] = \varphi_1$
$X [2] = y_{Bo}$	$X [11] = \varphi_2$
$X [3] = l_3$	$X [12] = \varphi_3$
$X [4] = l_4$	$X [13] = \varphi_4$
$X [5] = x_{3K}$	$X [14] = \varphi_5$
$X [6] = y_{3K}$	$X [15] = \varphi_6$
$X [7] = x_{Ao}$	$X [16] = \varphi_7$
$X [8] = y_{Ao}$	$X [17] = \varphi_8$
<u>$X [9] = l_2$</u>	$X [18] = \varphi_9$
	$X [19] = \varphi_{10}$
	<u>$X [20] = \varphi_{11}$</u>

Dimension	$F(X^*)$	ZF-A	Zeit
2	0,022	229	0,5
9	0,009	9031	3
20	0,003	55354	11 s

Isoflächen der Zielfunktion $F(X)$ mit Iterationsverlauf nach GS zum Minimum

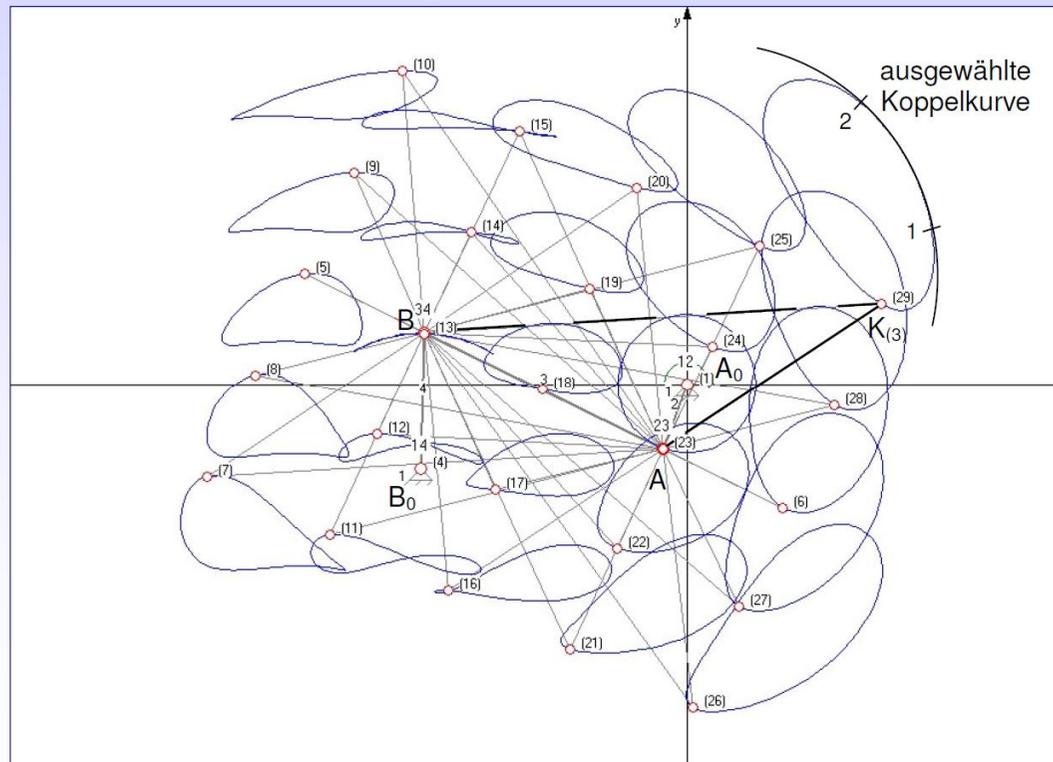


Antriebsgrößen: Gesamtbereich

Verfahren 1: Exakte Synthese, grafisch oder analytisch

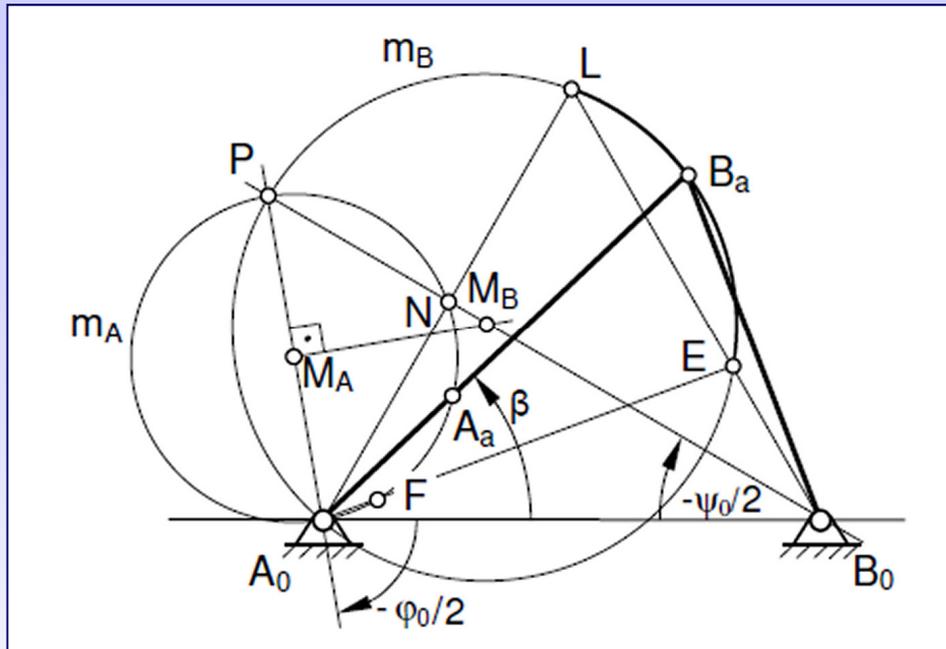
Verfahren 2: Angenäherte Synthese über Kurventafeln

Verfahren 3: Angenäherte Synthese durch iterative Analyse



Verfahren 4: Angenäherte Synthese –
Standardaufgabe der Nichtlinearen Optimierung

Verfahren 1: Exakte Synthese – grafisch/ analytisch



Totlagenkonstruktion
nach Alt

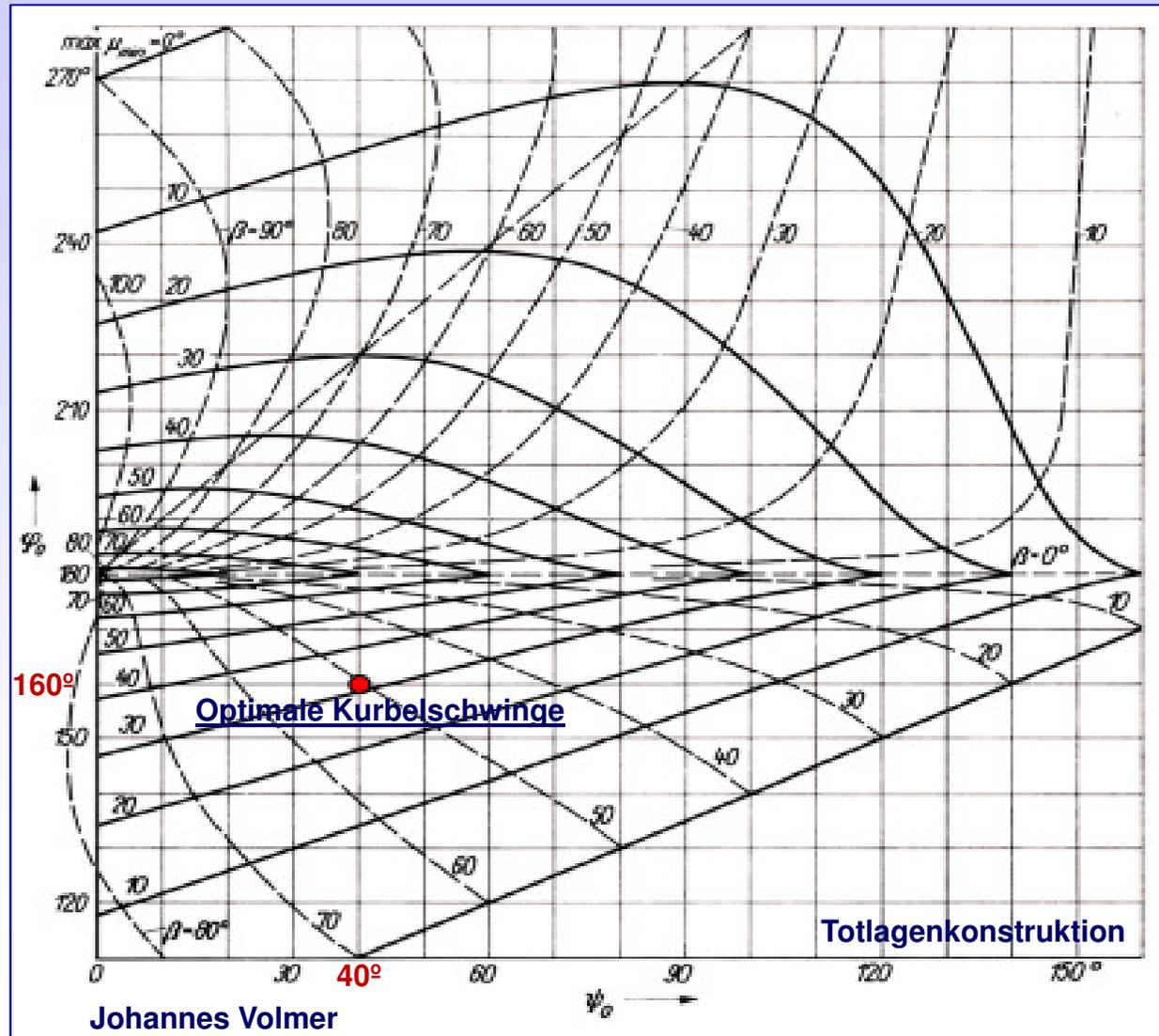
Algorithmen für ein Vieregelenk
nach Modler

$$\begin{aligned}
 F(\varphi_1 + \varphi_{1i}, \psi_1 + \psi_{1i}) = & \\
 x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + 1 - 2x_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_{1i}) & \quad (1) \\
 + 2x_3 \cos(\psi_1 + \psi_{1i}) - 2x_1 x_3 \cos(\varphi_1 - \psi_1 + \varphi_{1i} - \psi_{1i}) = 0 & \quad \text{für } i = 2, 3, \dots, n.
 \end{aligned}$$

Sollen Übersetzungen berücksichtigt werden, im vorliegenden Fall gilt die Forderung $\psi'_{12} = 0$ für den Scheitelpunkt, wird die Ableitung benötigt:

$$\psi'_{i-1,i}(\varphi_1 + \varphi_{1i}, \psi_1 + \psi_{1i}) = \frac{x_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_{1i}) + x_1 x_3 \sin(\varphi_1 - \psi_1 + \varphi_{1i} - \psi_{1i})}{x_3 \sin(\psi_1 + \psi_{1i}) + x_1 x_3 \sin(\varphi_1 - \psi_1 + \varphi_{1i} - \psi_{1i})}. \quad (2)$$

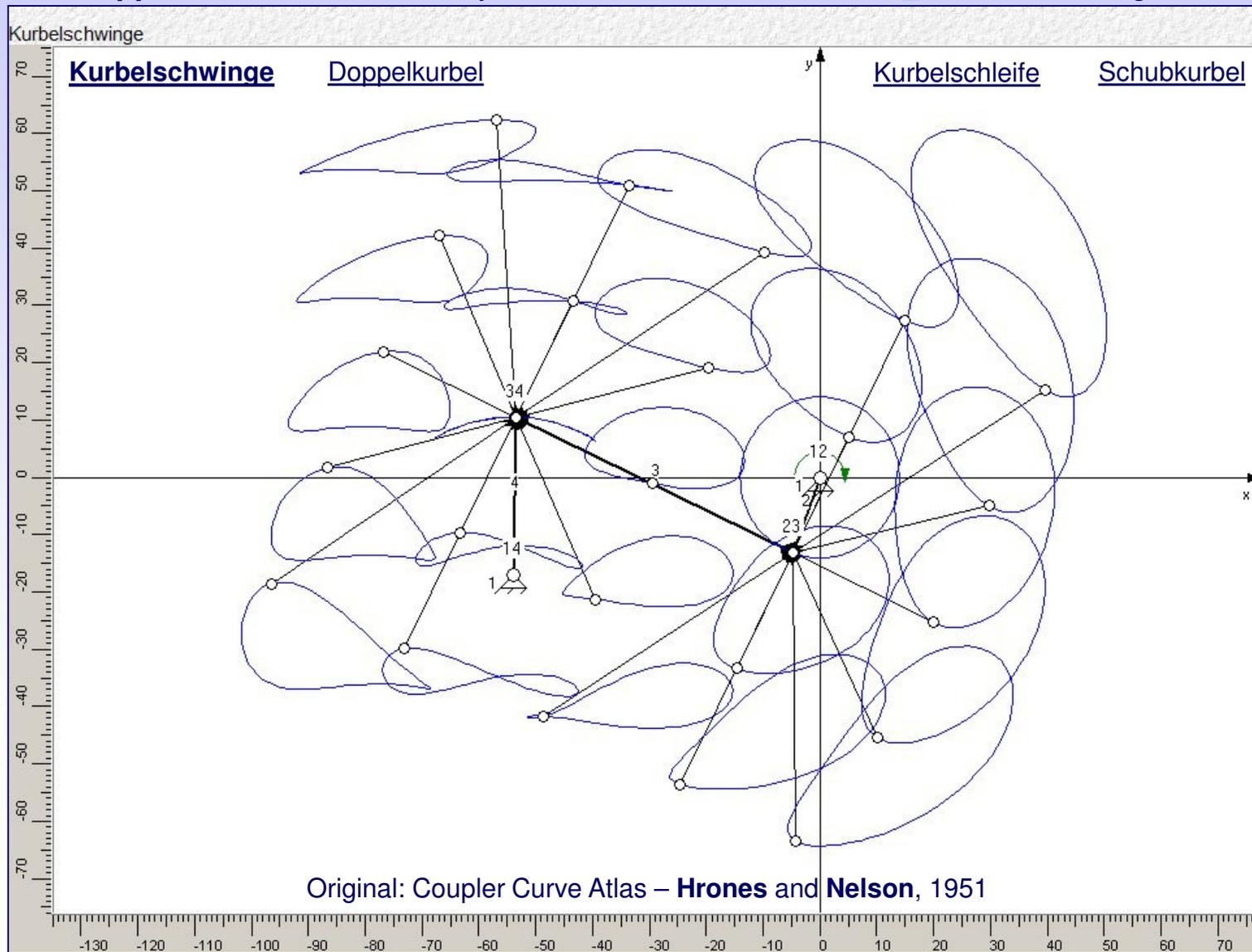
Verfahren 2: Angenäherte Synthese über Kurventafeln



$\beta = 52^\circ$
 $\mu_{\min} = 31,8^\circ$

Verfahren 3: Angenäherte Synthese durch Iterative Analyse

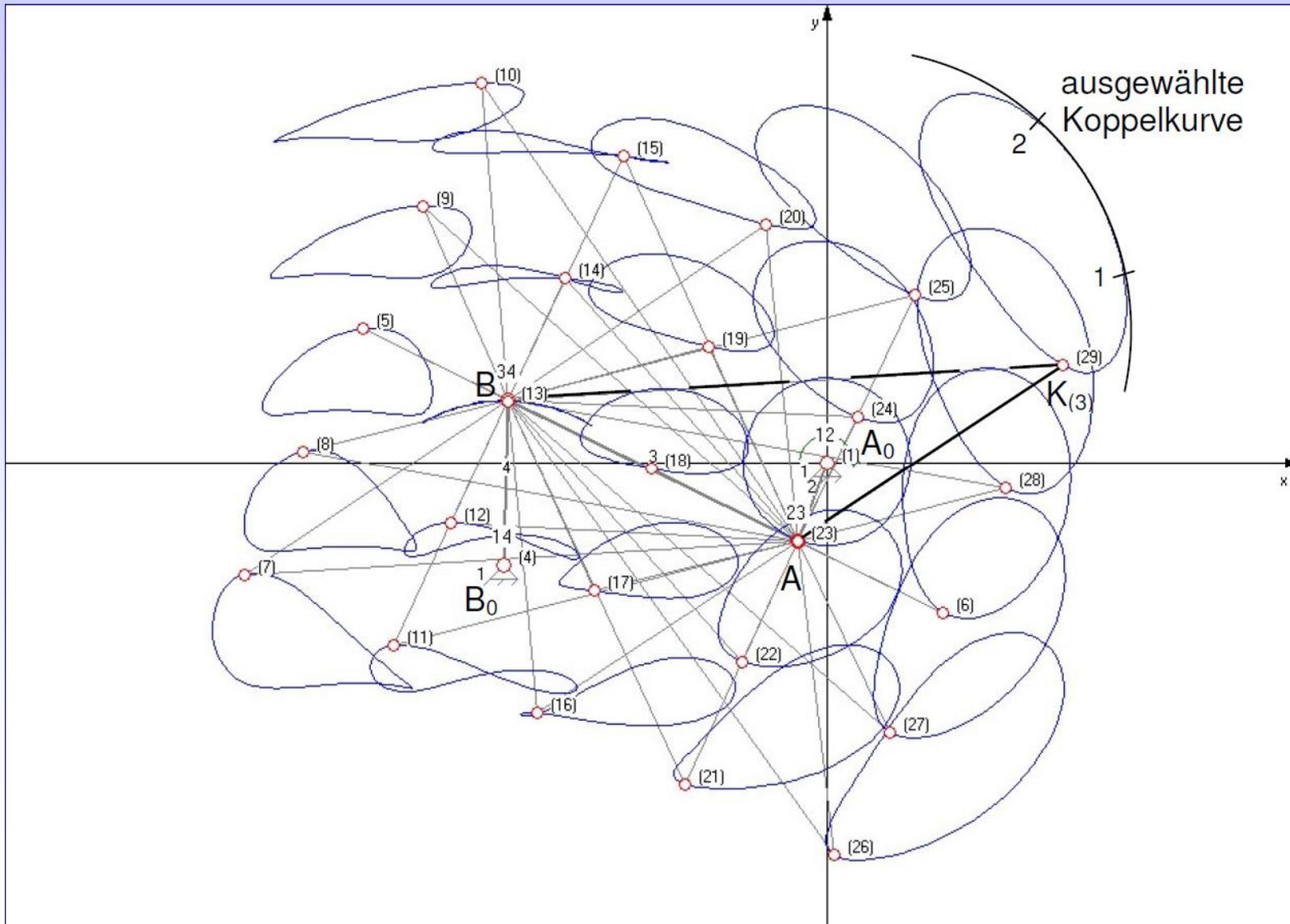
Koppelkurvenatlanten zur Synthese-Vorauswahl, **APPROX_GE** macht's möglich.



B
e
i
s
p
i
e
l

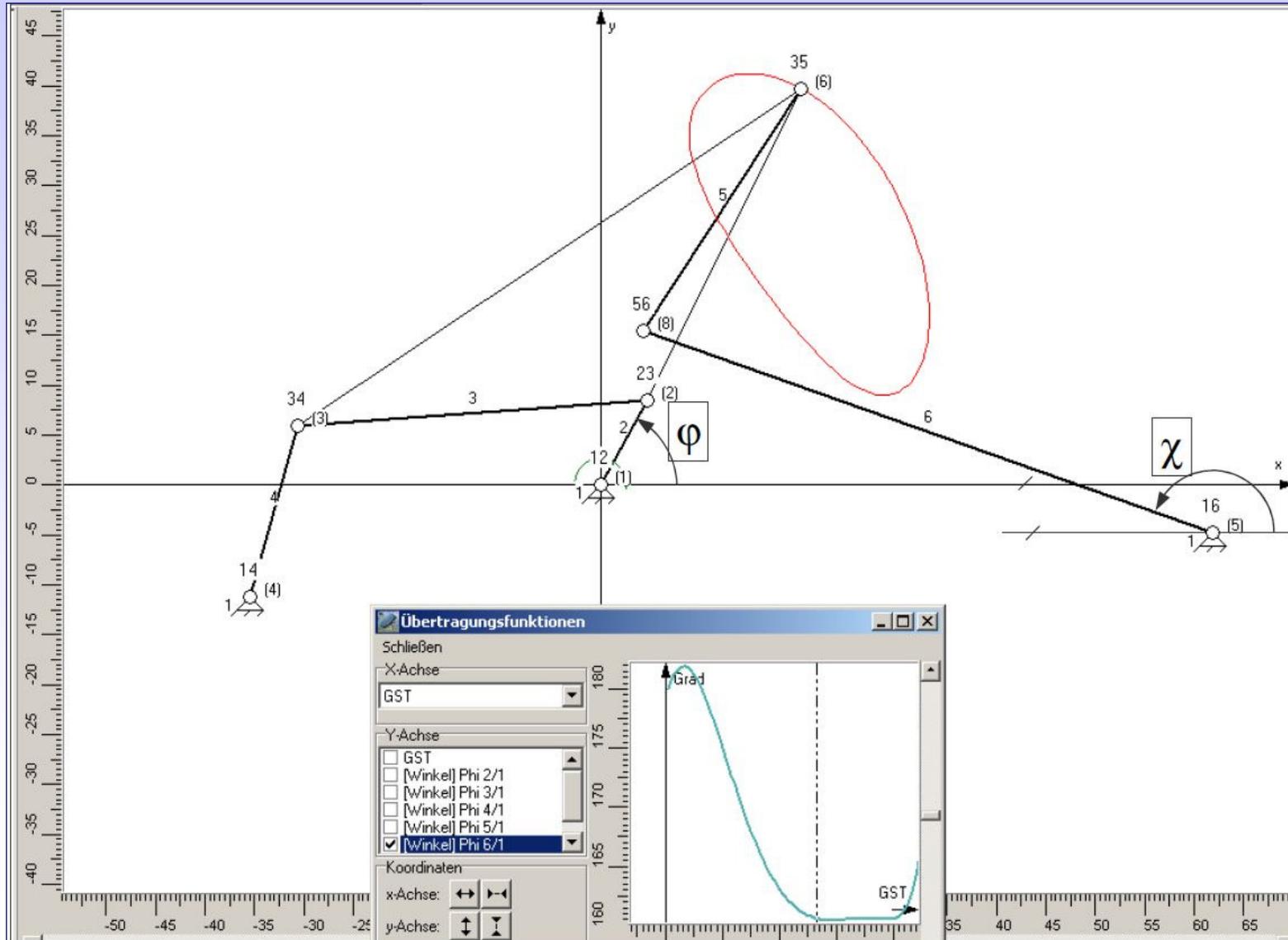
R
a
s
t
g
e
t
r
i
e
b
e

Verfahren 3: Angenäherte Synthese durch Iterative Analyse



Beispiel Rastgetriebe

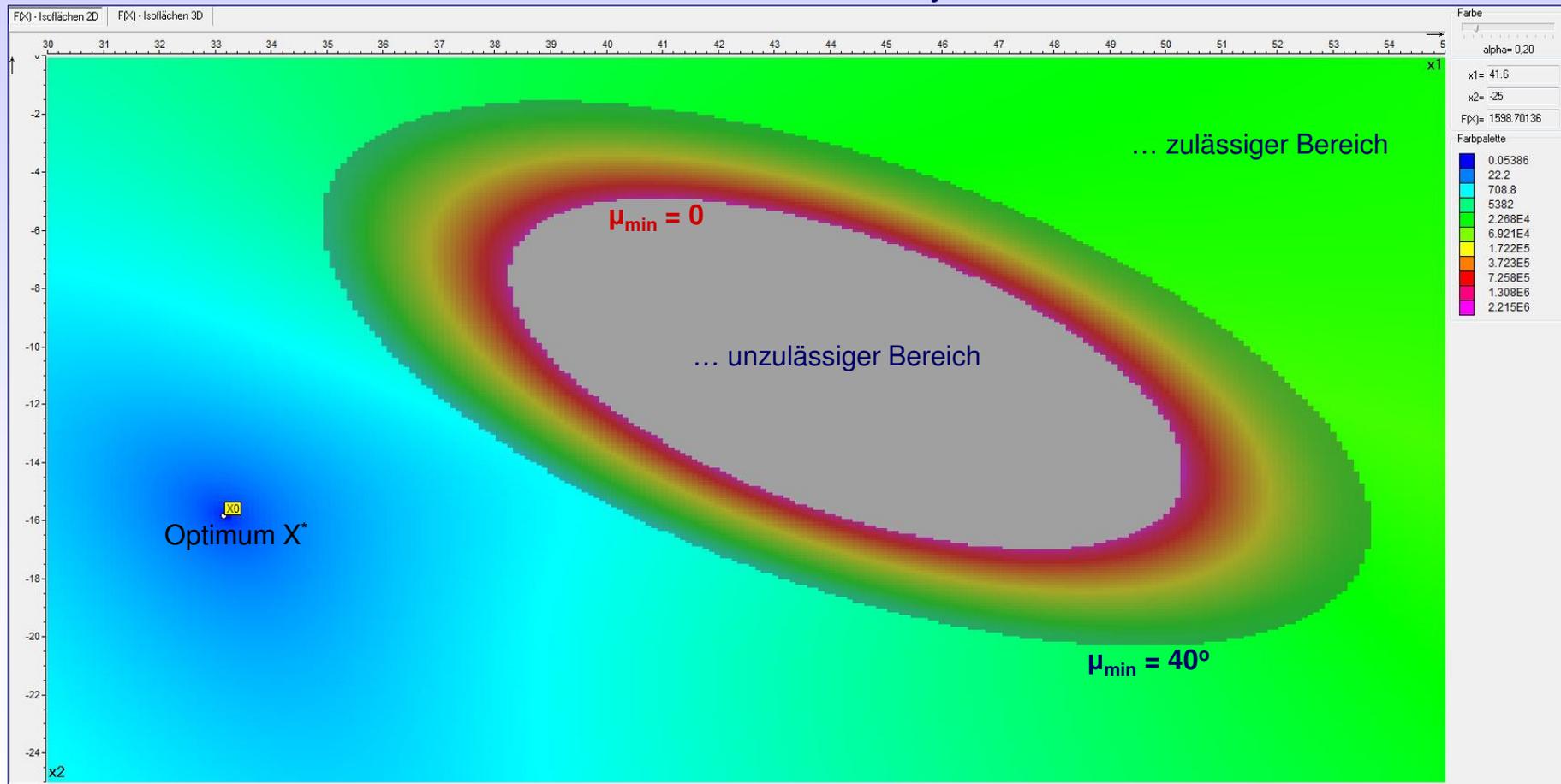
Verfahren 3: Angenäherte Synthese durch Iterative Analyse



B e i s p i e l R a s t g e t r i e b e

Verfahren 4: Angenäherte (APPROXimative) Synthese Vorzugsvariante

So präsentieren sich Schnittebenen mehrdimensionaler Optimierungsaufgaben im Rahmen der Getriebesynthese.



Isoflächen der Zielfunktion $F(X)$ mit z.B. achsenparallelen und nichtlinearen Restriktionen $g_j(X) \leq 0$

Klassifizierung und kurze Einschätzung

Direkte Suchverfahren **Strahlminimierung, Tastalgorithmus, Simplex**

Auf dem Weg zum Optimum erfolgt der Vergleich der Zielfunktionswerte entlang eines Strahles. Dieser liegt z.B. beim **Gauß-Seidel-Verfahren** parallel zu den Koordinatenachsen. Eine überaus effektive Suche wird durch die Strahlminimierung über die „Goldene Teilung“ erreicht. Weitere Möglichkeiten sind durch die Zweiteilung, Dreiteilung oder die Fibonacci-Zahlen gegeben.

Der Tastalgorithmus von **Hooke-Jeeves** führt den Iterationsprozess bei Erfolg durch Extrapolation und bei Misserfolg durch Rückzug zu einem lokalen Optimum. Das Verfahren ist sehr leistungsstark, weist aber Probleme bei nichtkonvexen Suchgebieten auf. Mehrdimensionale Optimierungsaufgaben werden gut bewältigt.

Das ableitungsfreie Verfahren von **Nelder-Mead** führt durch Verschiebung, Kontraktion oder Expansion eines Polyeders (Simplex) den Iterationsprozess zu einem lokalen Optimum.

Es ist ein leistungsfähiges und universell einsetzbares Verfahren mit hoher Genauigkeit. Probleme können bei nichtkonvexen Suchgebieten auftreten.

Klassifizierung und kurze Einschätzung

Gradientenverfahren

Verfahren 1. Ordnung

Die Gradienten stellen partielle Ableitungen der Zielfunktion. Das einfache Verfahren geht von einer konstanten Schrittweite aus und arbeitet aufwändig und relativ ungenau. Effektiver ist das optimale Verfahren, das die Schrittweite der Gestalt der Zielfunktion anpasst. Noch günstiger arbeitet allerdings das Diagonalschrittverfahren.

Newton-Verfahren

Verfahren 2. Ordnung

Für diese Klasse leistungsfähiger Verfahren werden die ersten und zweiten Ableitungen der Zielfunktion und die Hesse-Matrix benötigt. Bei Aufgaben mit nicht oder schwierig ableitbaren Funktionen sollten die Differenzenquotienten verwendet werden.

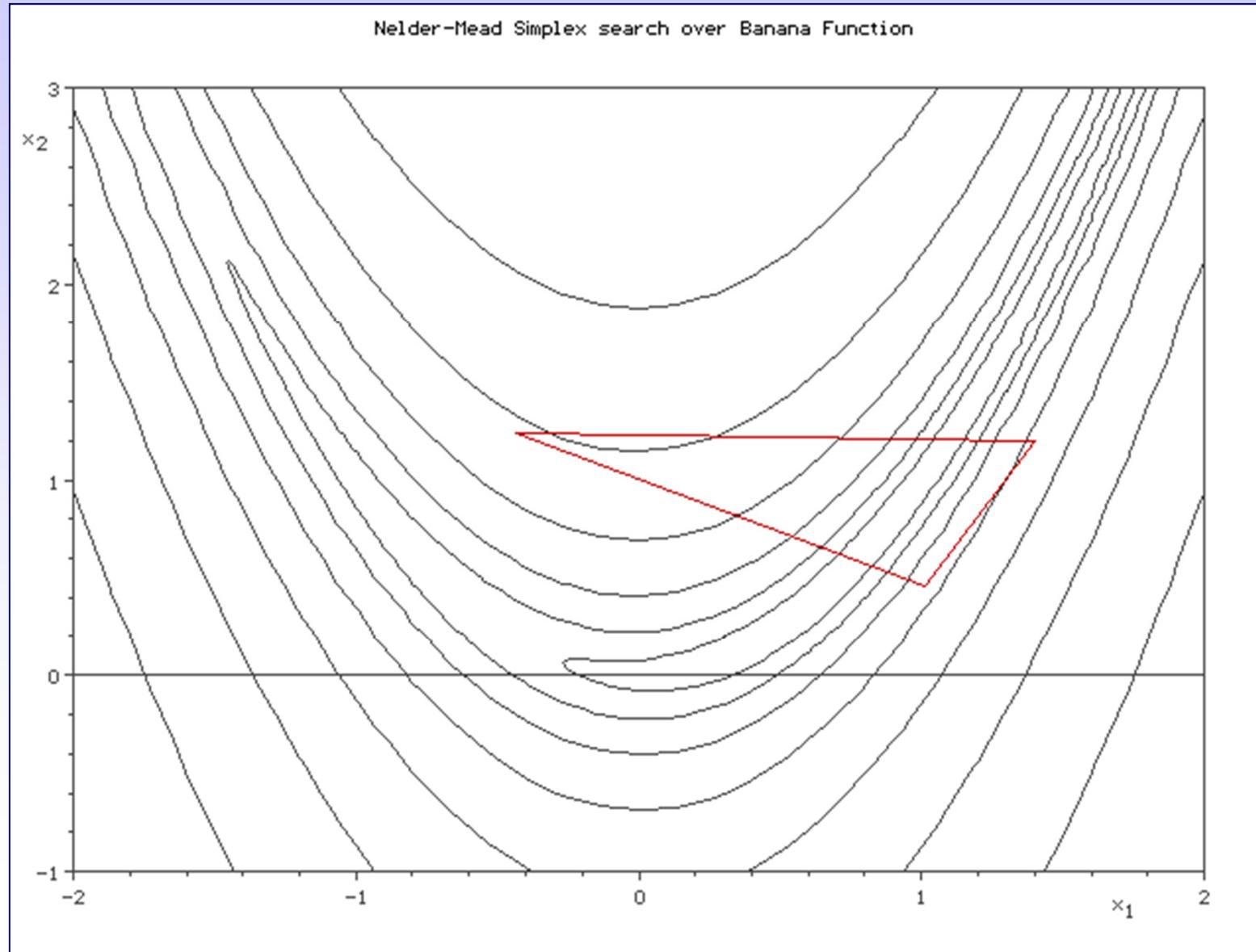
Zufallssuchverfahren

Stochastische Verfahren

Bei diesen Verfahren erfolgt die Wertebelegung der Variablen über (Pseudo-) Zufallszahlen. Die Wertekombinationen werden über „schlaue Gleichungen“ bereitgestellt. Zu erwähnen ist hierbei der Zahlengenerator von Rotenberg. Er liefert gleichverteilte Zufallszahlen mit guter Durchmischung und Periodizität der Zahlenfolge. **Monte Carlo-Verfahren** sind zeitaufwändig, führen aber bei komplex strukturierten Zielfunktionen mit großer Wahrscheinlichkeit zum globalen Optimum.

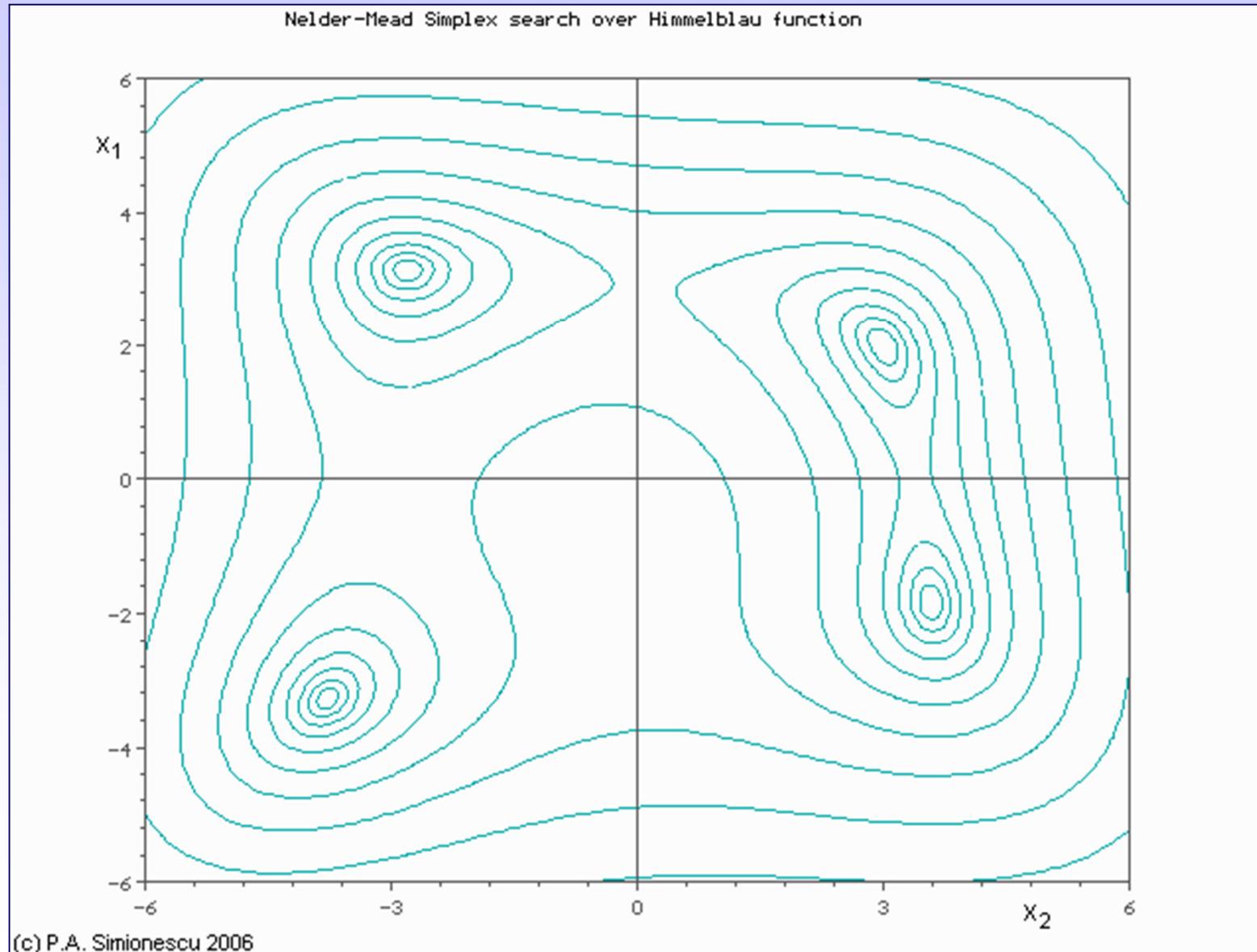
Grafische Interpretation (original)

Lösung mit OPTIMA

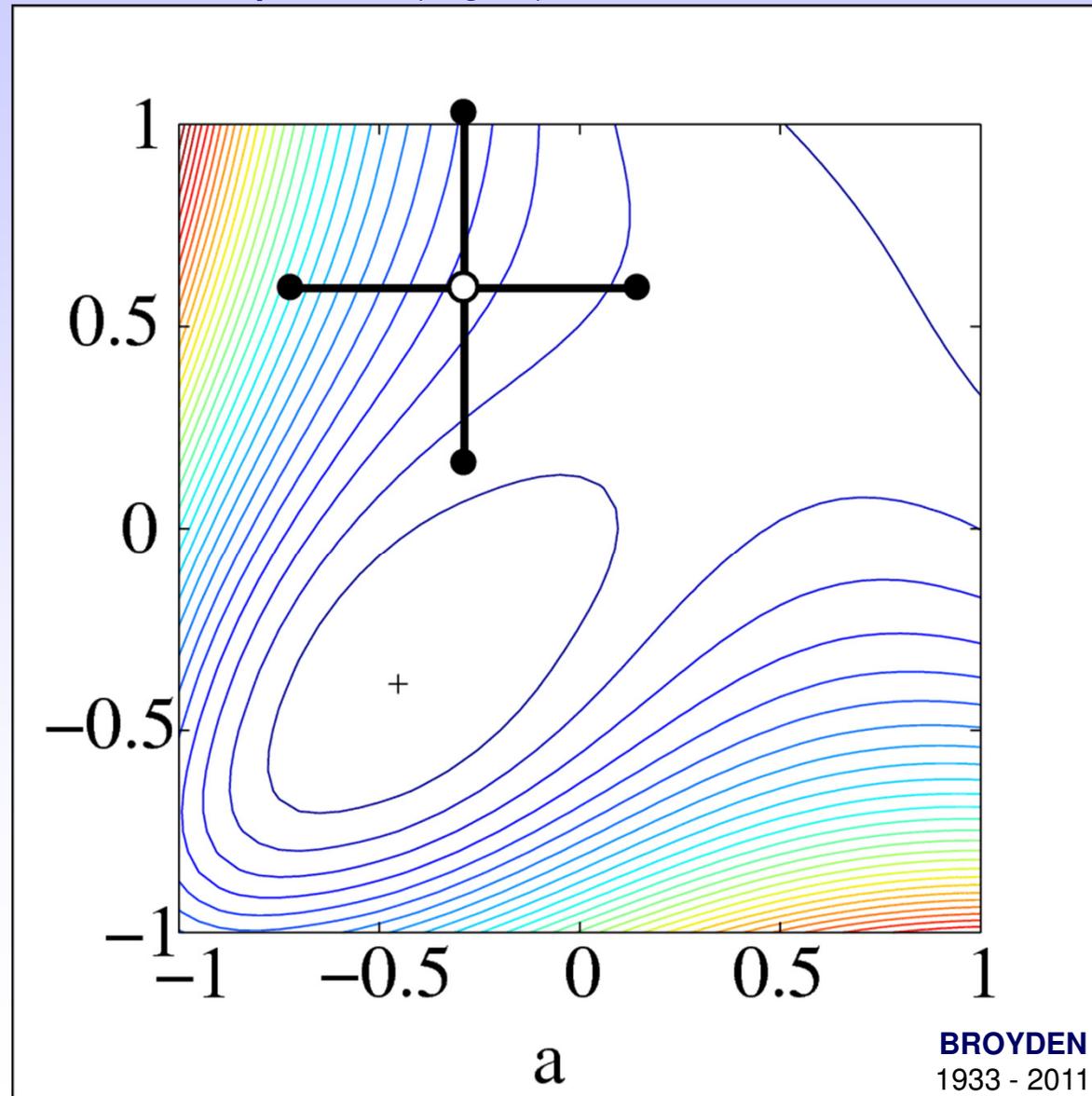


Grafische Interpretation (original)

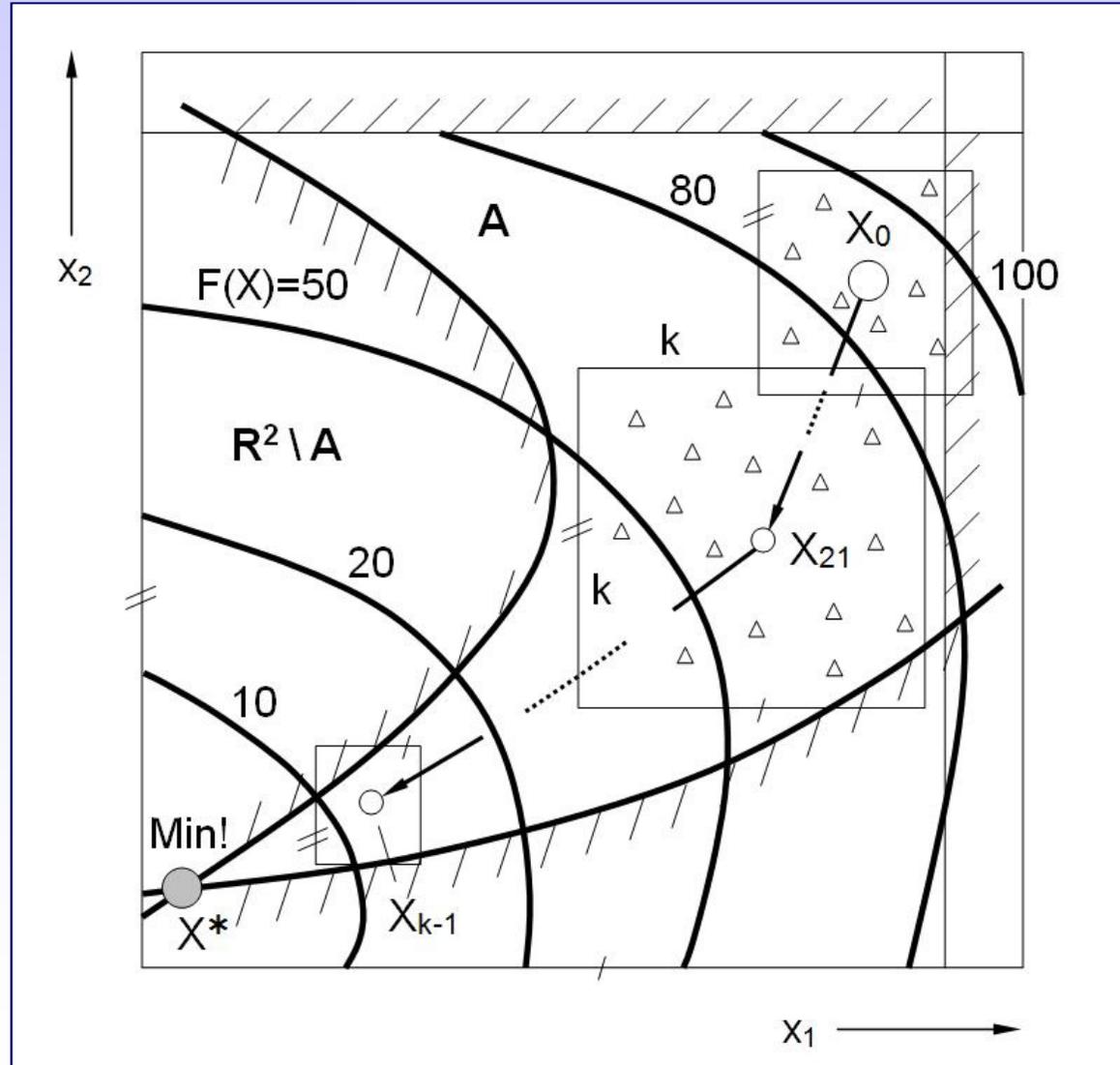
Lösung mit OPTIMA



Grafische Interpretation (original)



Lösung mit OPTIMA



Casino Monte-Carlo



Erfinder und Pioniere
der Monte-Carlo – Strategie
in den 1940er Jahren:

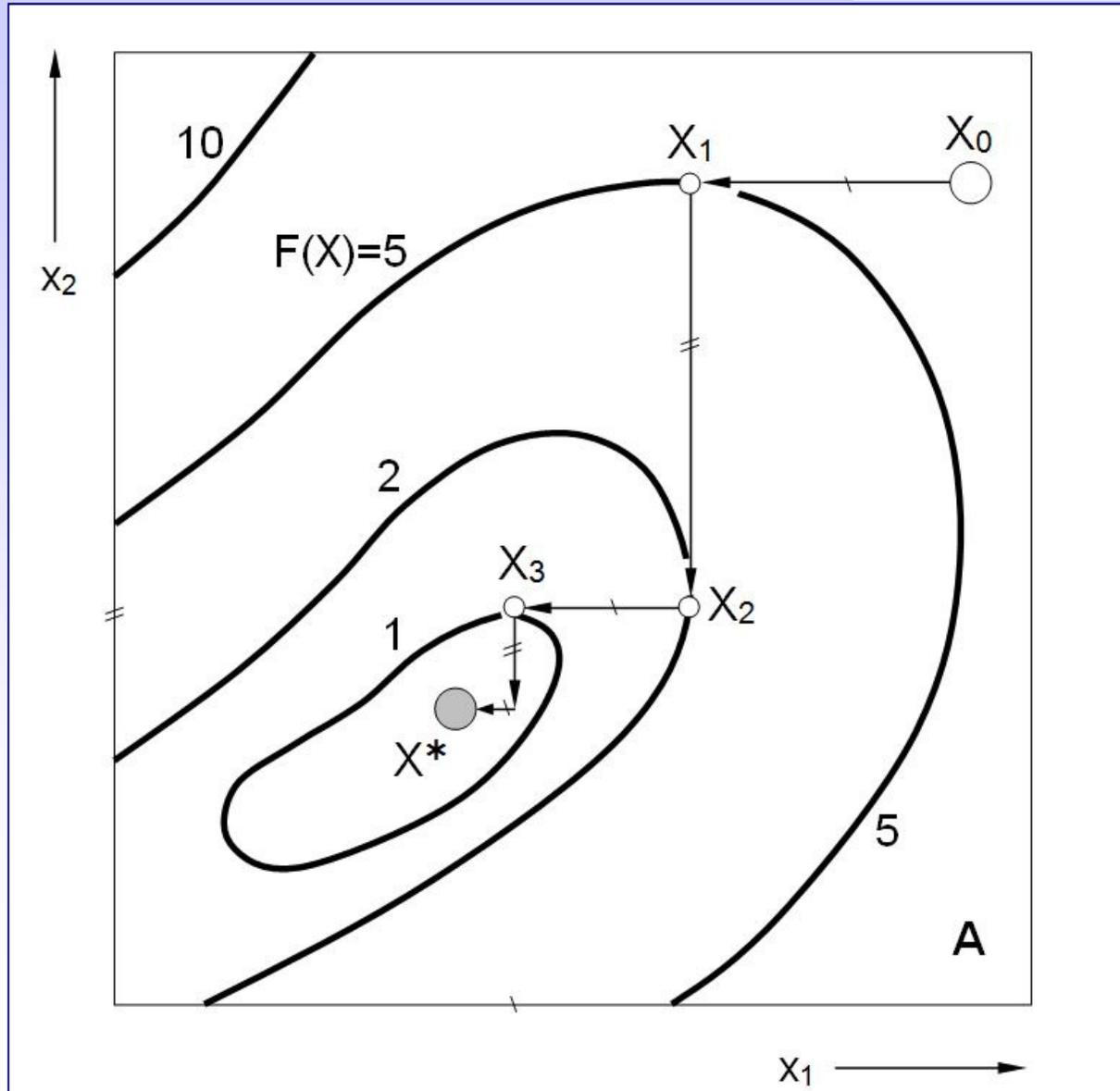
Stanislaw Marcin Ulam
(1909-1984)
Polnisch-amerikanischer
Mathematiker

Nicolas Metropolis (1915-1999)
Amerikanischer Physiker,
Informatiker und Mathematiker

John von Neumann (1903-1957)
Österreich-ungarischer
Mathematiker

Grafische Interpretation

Lösung mit OPTIMA



Digitale Mechanismen – und Getriebebibliothek



The screenshot shows the homepage of the DMG Lib website. The header features the DMG logo and navigation links: STARTSEITE + AKTUELLES, STÖBERN, SUCHE, DMG-LIB ERLEBEN, ÜBER UNS, and HILFE. A search bar is located below the navigation, with a dropdown menu for 'Alle Kategorien' and buttons for 'Suchen', 'Erweiterte Suche', and 'Mechanismensuche'. The main content area is titled 'Digitale Mechanismen- und Getriebebibliothek' and includes a sub-header 'Innovativer Zugang zu weltweitem Wissen der Mechanismen- und Getriebechnik'. The content is organized into several sections: 'Literatur' (listing books, articles, and 18724 works), 'Mechanismenbeschreibungen' (listing functional models and 1511 descriptions), 'Personen' (listing biographies and 2924 people), and 'Interaktive Animationen' (listing interactive books and 1120 animations). A left sidebar contains links for 'Veranstaltungen', 'Organisationen', 'Studium', 'Folgen Sie uns' (with a newsletter subscription form), 'Pinterest', and 'Förderprogramm'.

Home · Übersicht ·

DMG

STARTSEITE + AKTUELLES STÖBERN SUCHE DMG-LIB ERLEBEN ÜBER UNS HILFE

Suchbegriff eingeben Alle Kategorien Suchen Erweiterte Suche Mechanismensuche

Veranstaltungen
Organisationen
Studium

Folgen Sie uns

Newsletter
Die neuesten Mitteilungen direkt in
Ihr E-Mail-Postfach.

Ihre E-Mail-Adresse

Newsletter abonnieren

Pinterest
Durchstöbern Sie unsere Pinnwände
und entdecken Sie spannende und
einzigartige DMG-Lib Inhalte.

Förderprogramm
thinkMOTION (2010-2013)
thinkMOTION wird von der
Europäische Kommission gefördert

Digitale Mechanismen- und Getriebebibliothek

Innovativer Zugang zu weltweitem Wissen der Mechanismen- und Getriebechnik

Literatur

- Fachbücher, Zeitschriftenartikel, Forschungsberichte
- Hochschulschriften, Lehrmaterial, Getriebekataloge
- 18724 Werke, davon 13282 im Volltext

Besuchen Sie auch die Sammlung von [Arthur Bock \(1898 - 1991\)](#).

Mechanismenbeschreibungen

- Funktionsmodelle
- Maschinen und Geräte
- 1511 Mechanismenbeschreibungen

Stöbern Sie in der [Kategorie Koppelgetriebe](#) oder nutzen Sie die [Mechanismensuche](#).

Personen

- Biografien von Persönlichkeiten der Getriebe- und Mechanismentechnik
- Ausgewählte Personen im Zeitstrahl "Getriebechnik im Wandel der Zeit"
- 2924 Personen

Stöbern Sie in der [Liste der Biografien](#) oder besuchen Sie den [Zeitstrahl](#).

Interaktive Animationen

- Interaktive Bücher mit animierten Abbildungen
- Animationen von physischen Modellen
- 1120 interaktive Animationen

Blättern Sie im interaktiven Buch "[Getriebechnik: Grundlagen](#)" von Johannes Volmer.

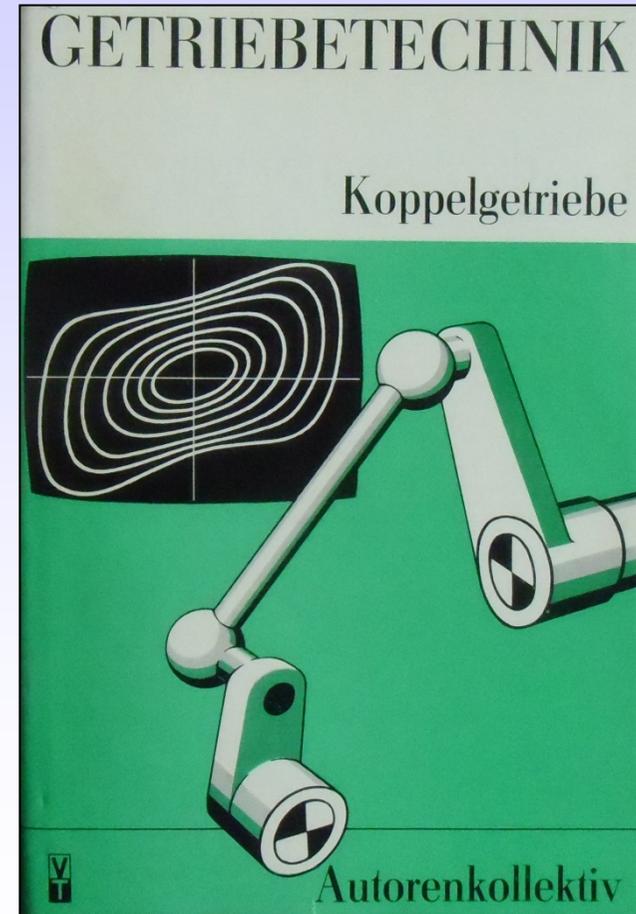
Hervorragender Hochschullehrer und Wissenschaftler



Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Johannes Volmer

* 19. Januar 1930 in Dresden, † 08. Juli 2015 in Chemnitz

Diplom:	1953
Promotion:	1956
Habilitation:	1967
Professur Getriebetechnik:	1967
Ruhestand:	1995



Veröffentlichungen von Fachbüchern

Getriebetechnik-Lehrbuch, 1969

Getriebetechnik-Aufgabensammlung, 1972, 1979

Getriebetechnik-Umlaufrädergetriebe, 1973, 1990

Getriebetechnik-Leitfaden, 1974, 1990

Getriebetechnik-Kurvengetriebe, 1976, 1989

Getriebetechnik-Koppelgetriebe, 1979

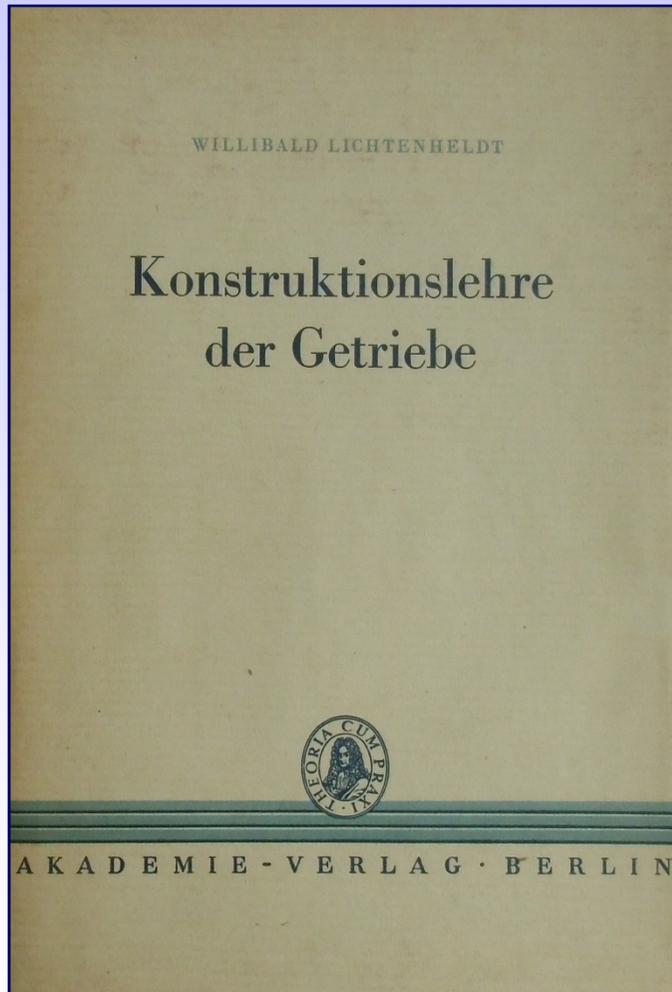
Getriebetechnik-Grundlagen, 1992, 1995

Industrieroboter, 1981

Industrieroboter-Entwicklung, 1983

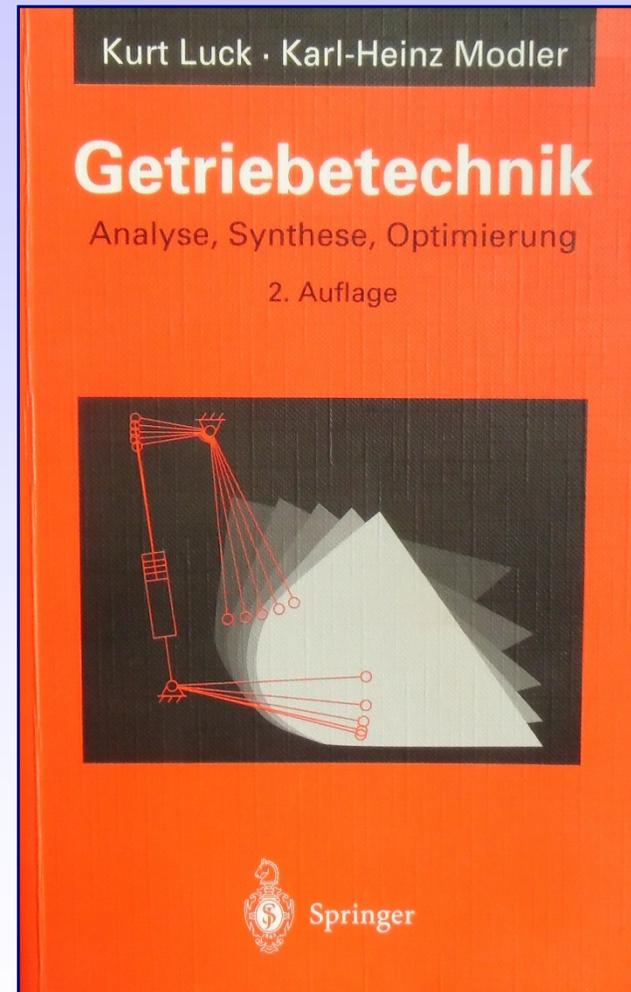
Industrieroboter-Funktion und Gestaltung, 1992

Hochschullehrer der TU Dresden



1963

Grafische Verfahren
zur Analyse und exakten Synthese



1995

Grafische und rechnerische Verfahren
zur Analyse und exakten Synthese

... beladen,
anheben

... entladen

Beispiele für einfache Anforderungen

Totlagenkonstruktion

Punktlagenreduktion

Ebenenlagen

Koppelkurven

Koppelkurven

höherer Ordnung

Übersetzungen

Koppelgetriebe

Große Amplituden

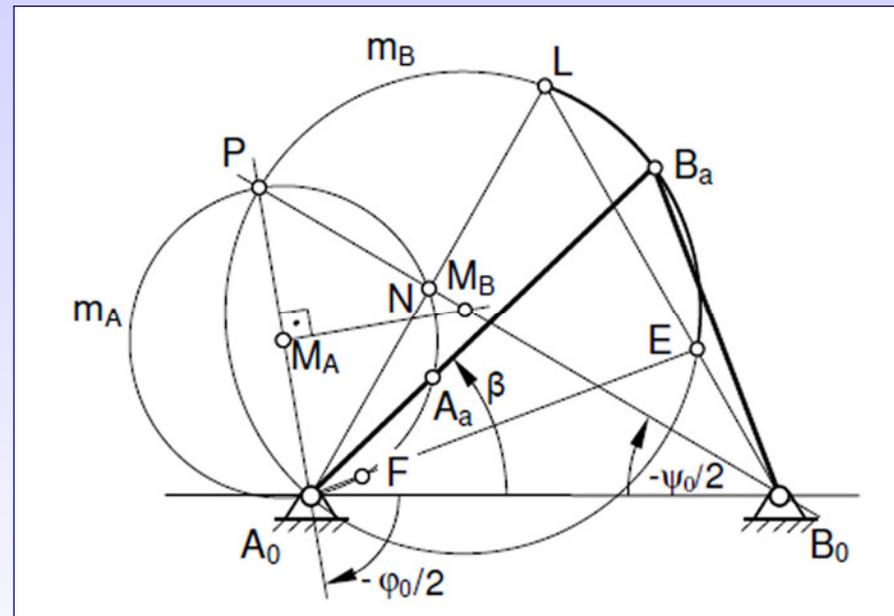
Pilgerschritte

Rasten

Rasten hoher Güte

Übersetzungen

Zahnradgetriebe



Beispiele für komplexe Anforderungen

Flugzeug-Klappenführung

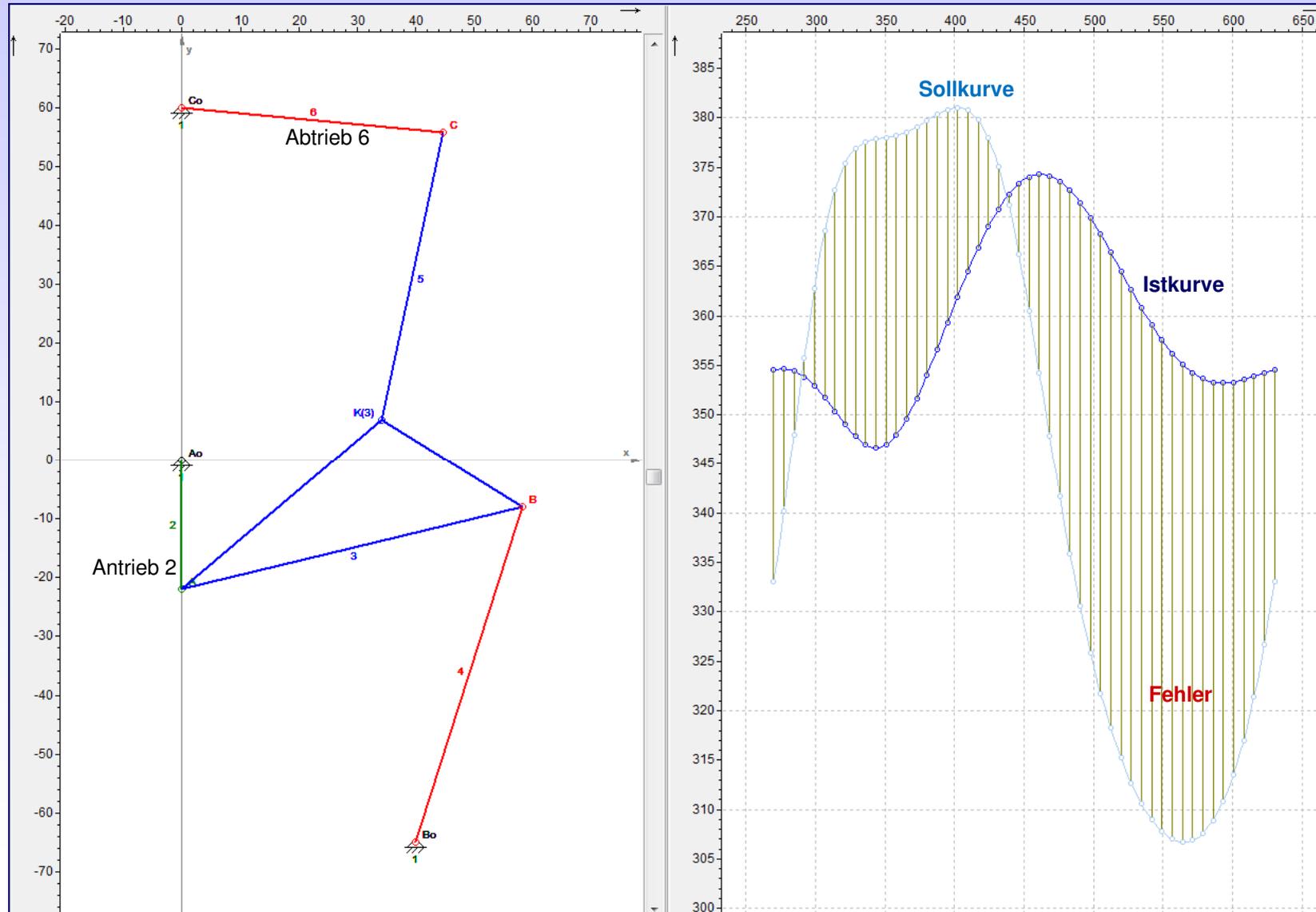
Flugzeug-Fahrwerk

Steuerung Solarkollektoren

Ventilsteuerung für Kabinendruckregelsysteme,
AIRBUS A380

Übertragungsgetriebe

Übertragungsfunktion 0. Ordnung



Abstände (Fehler) zugeordneter Wertepaare zwischen Ist- und Sollkurve

Zielfunktionsbildung $F(X)$

Die Fehlerfunktion $f(X)$ zugeordneter Werte der Übertragungsfunktionen des Startgetriebes und der gegebenen Sollwerte ist Bestandteil der Zielfunktion $F(X)$.

Approximationskriterium nach Gauß

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{0j} (q_j - q_j^*)) \right)^2$$

Approximationskriterium nach Tschebyshev

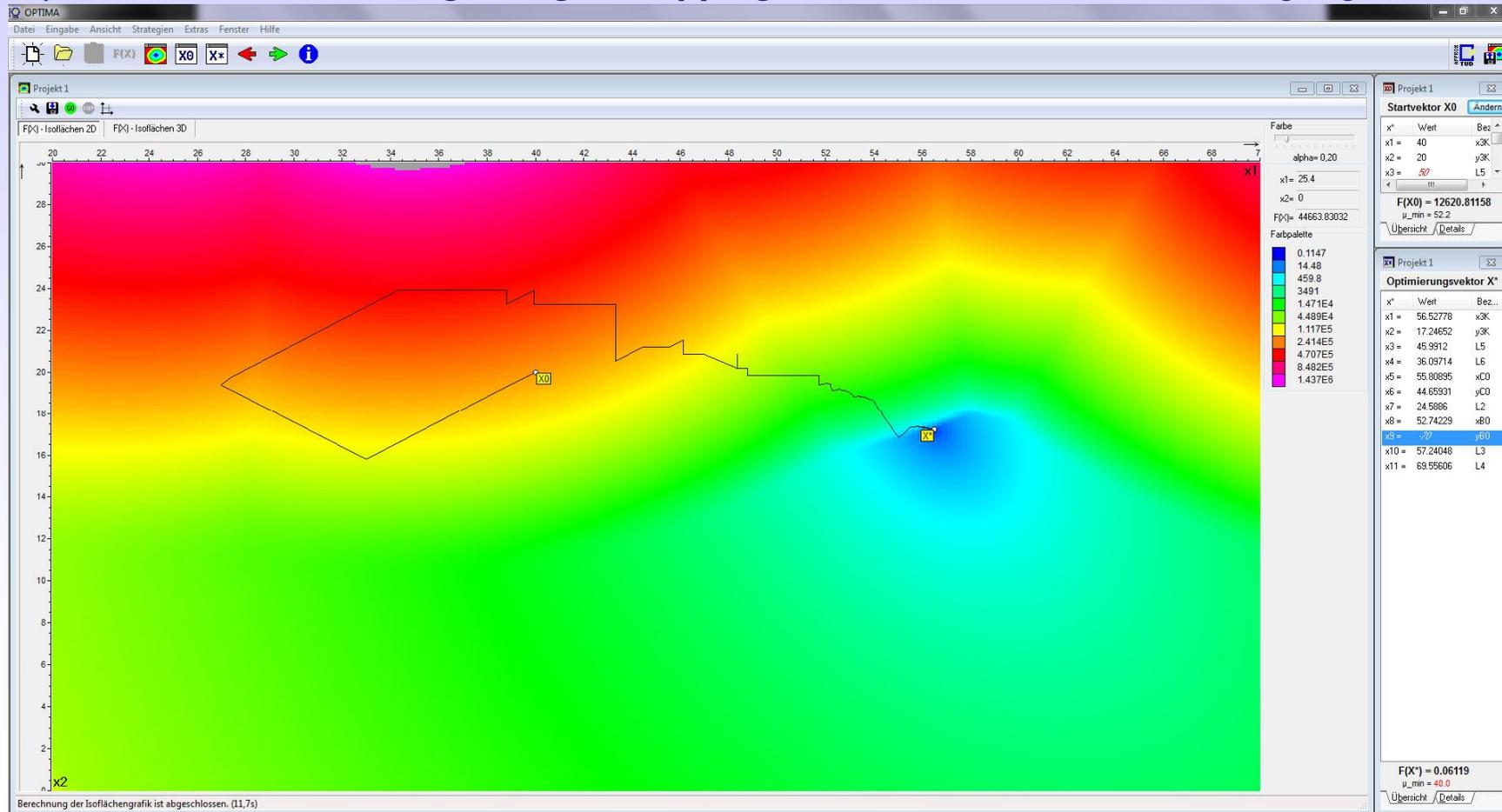
$$f_T(X) = \max_{j=1}^m \left(W_{0j} |q_j - q_j^*| \right)$$

Die sogenannten **generalisierten Koordinaten** q_j stehen für Winkel bzw. Wege des Abtriebes.

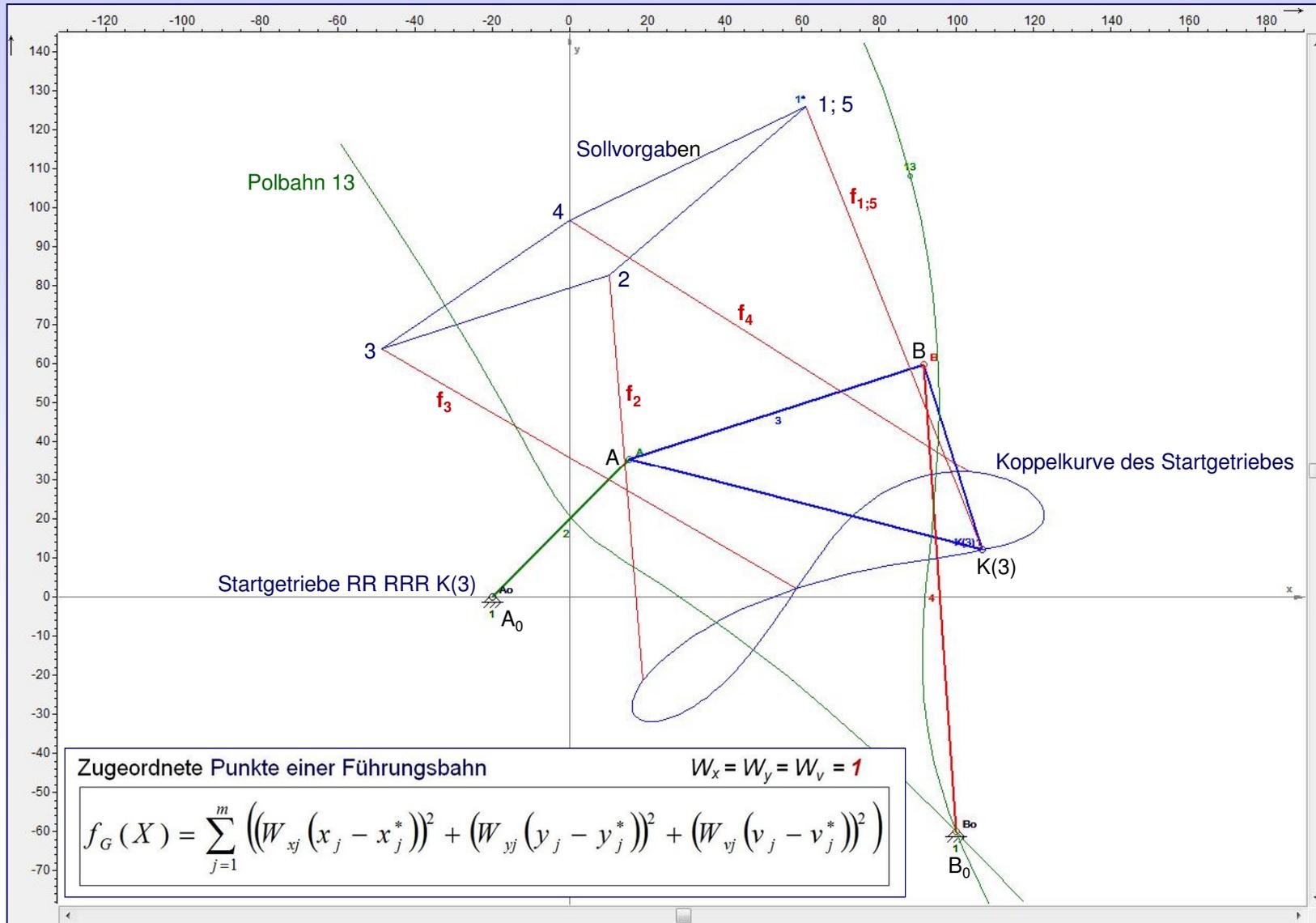
→ $F(X) = f(X) + S(X)$

Getriebesynthese und Ergebnisinterpretation: Hooke-Jeeves-Strategie

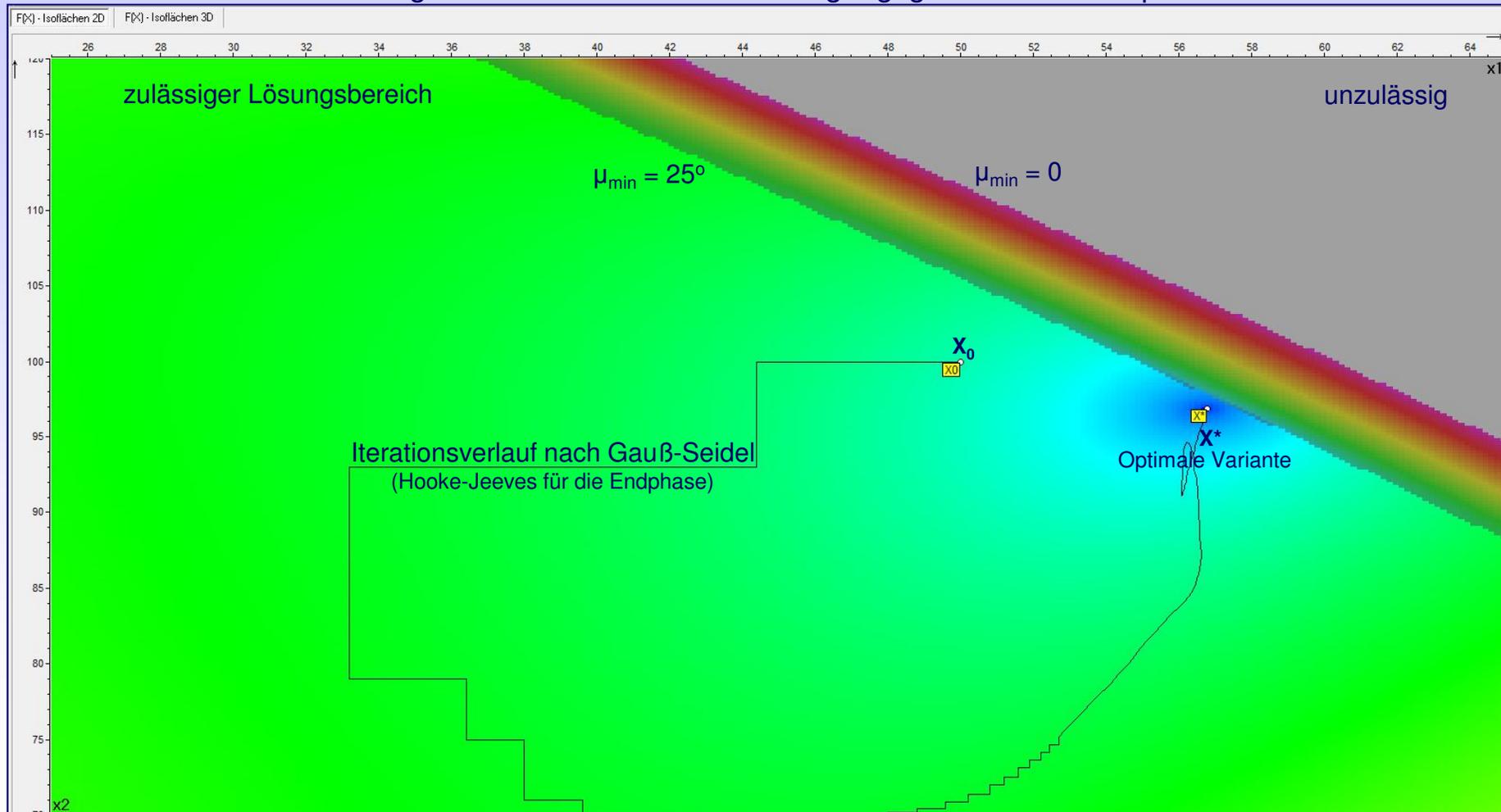
Optimaler Entwurf eines 6gliedrigen Koppelgetriebes für Werte der Übertragungsfunktion



Kurbelschwinge als Startgetriebe



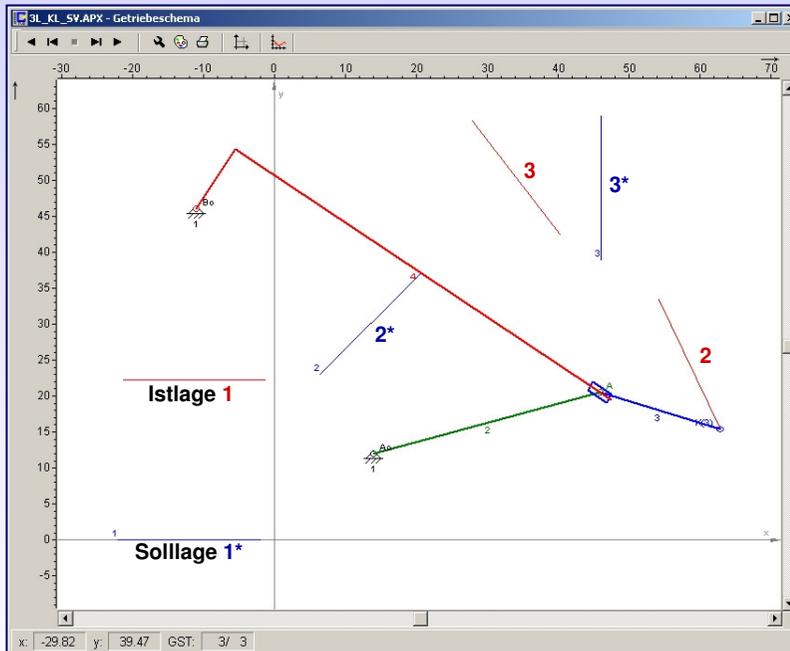
Isoflächendarstellung mit Iterationsverlauf vom Ausgangsgetriebe bis zur optimalen Variante



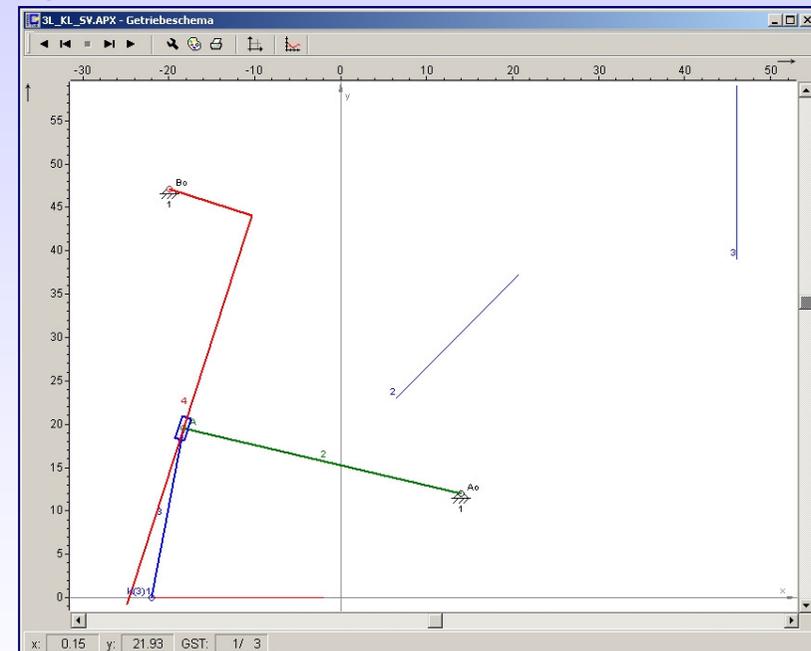
Synthesaufgabe für Führungsgetriebe/ Ebenenlagen

Fehlerfunktion $f(X)$ als Zielfunktion $F(X)$ einer Kurbelschleife

Ausgangsgetriebe für 3 Ebenenlagen



Optimierte Kurbelschleife



8-dimensionalen Variablenvektor X mit Zuordnungen zu 5 konstruktiven Größen und 3 Antriebsgrößen

GST	Antr.-Winkel	xK	yK	beta K	W	Syntheseinformationen
1	30	20	30	0	1	Ebenenlage 1
2	145	0	25	330	1	Ebenenlage 2
3	300	5	0	20	1	Ebenenlage 3

Buttons: OK, Verteilen, Abbruch

$$F(X) = f(X) + S(X)$$

Aufgabe 1 zur **Getriebesynthese**

Zielfunktionsbildung F(X)

Die Fehlerfunktion $f(X)$ zugeordneter **Ebenenlagen** des Startgetriebes und der gegebenen Sollwerte ist Bestandteil der Zielfunktion F(X).

Approximationskriterium nach Gauß

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left(\left(W_{xj} (x_j - x_j^*) \right)^2 + \left(W_{yj} (y_j - y_j^*) \right)^2 + \left(W_{\beta j} (\beta_j - \beta_j^*) \right)^2 \right)$$

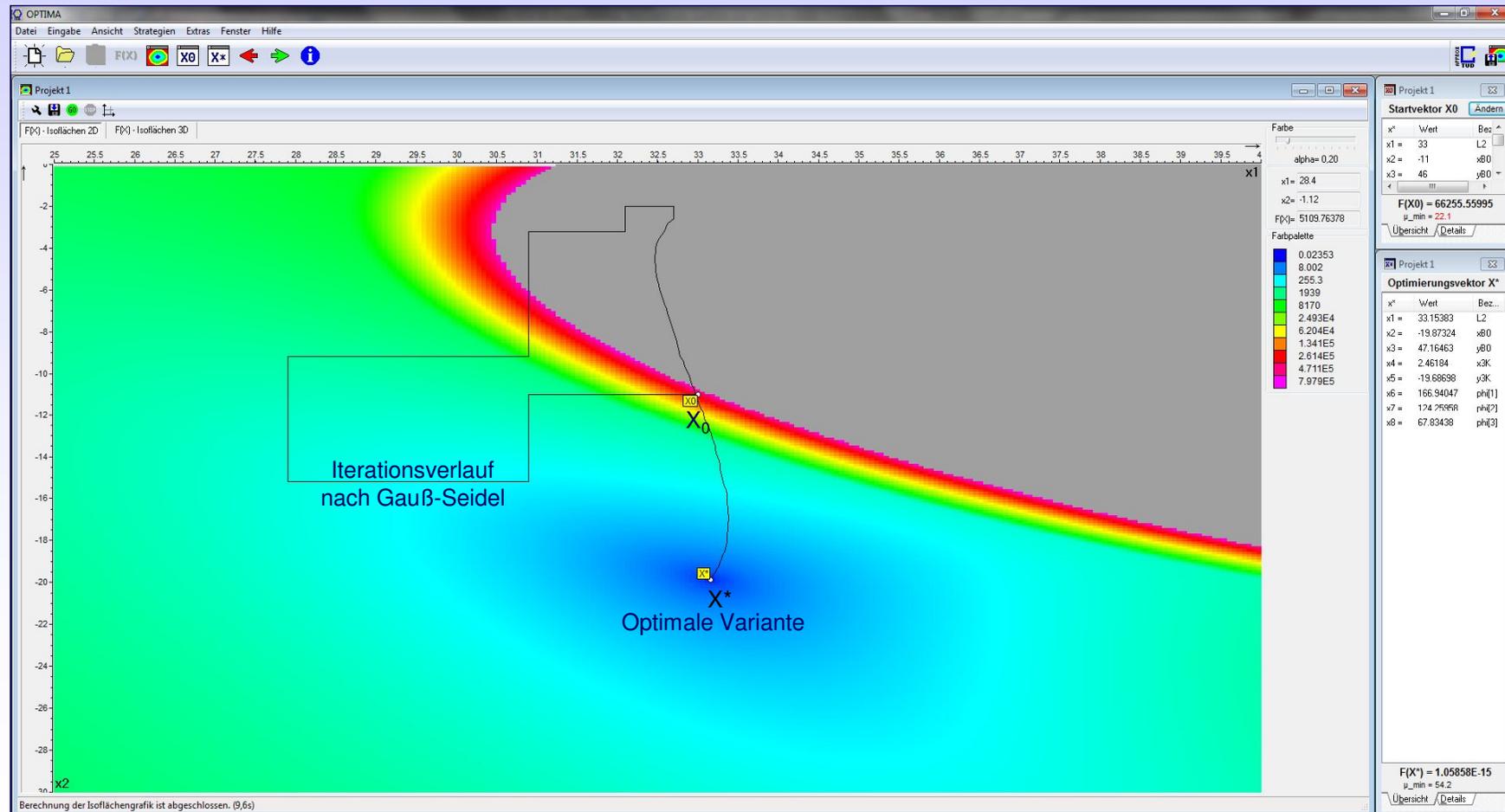
Approximationskriterium nach Tschebyschev

$$f_T(X) = \max_{j=1}^m \left(W_{xj} |x_j - x_j^*| + W_{yj} |y_j - y_j^*| + W_{\beta j} |\beta_j - \beta_j^*| \right)$$

→ $F(X) = f(X) + S(X)$

Getriebesynthese und Ergebnisinterpretation

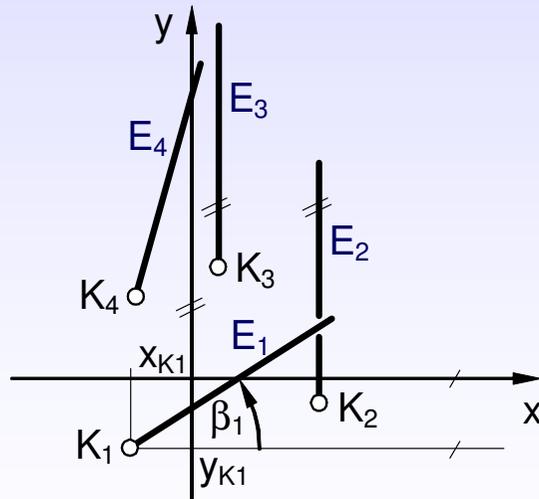
Optimaler Entwurf einer Kurbelschleife für 3 über einen Koppelpunkt gesteuerte Ebenenlagen



Syntheseaufgaben für Führungsgetriebe/ Ebenenlagen

Ebenenlagen

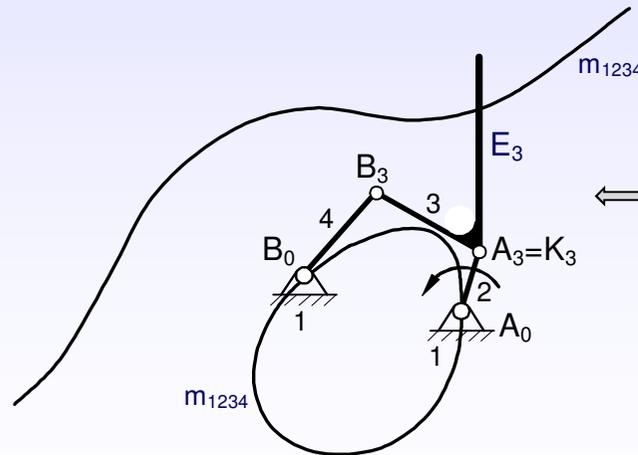
Koppelpunktsteuerung



Bewegungsplan

Forderungskatalog für 4 Ebenenlagen

GST	x_K	W_x	y_K	W_y	β_K	W_β	Bemerkungen
1	-15,5	1	-12,6	1	35	1	E ₁
2	19,7		- 3,5		90		E ₂
3	3,5		19,7		90		E ₃
4	-14,1		14,1		70		E ₄



Mittelpunktkurve m_{1234}
mit optimiertem Getriebe

2 Ebenenlagen

Viergelenk mit Drehgelenken

3 Ebenenlagen

Viergelenk mit Drehgelenken

4 Ebenenlagen

Viergelenk mit Drehgelenken

5-Ebenenlagen, Monte Carlo

Viergelenk mit Drehgelenken

5-Ebenenlagen, Animation

Viergelenk, Stopp in Vorgaben

5-Ebenenlagen

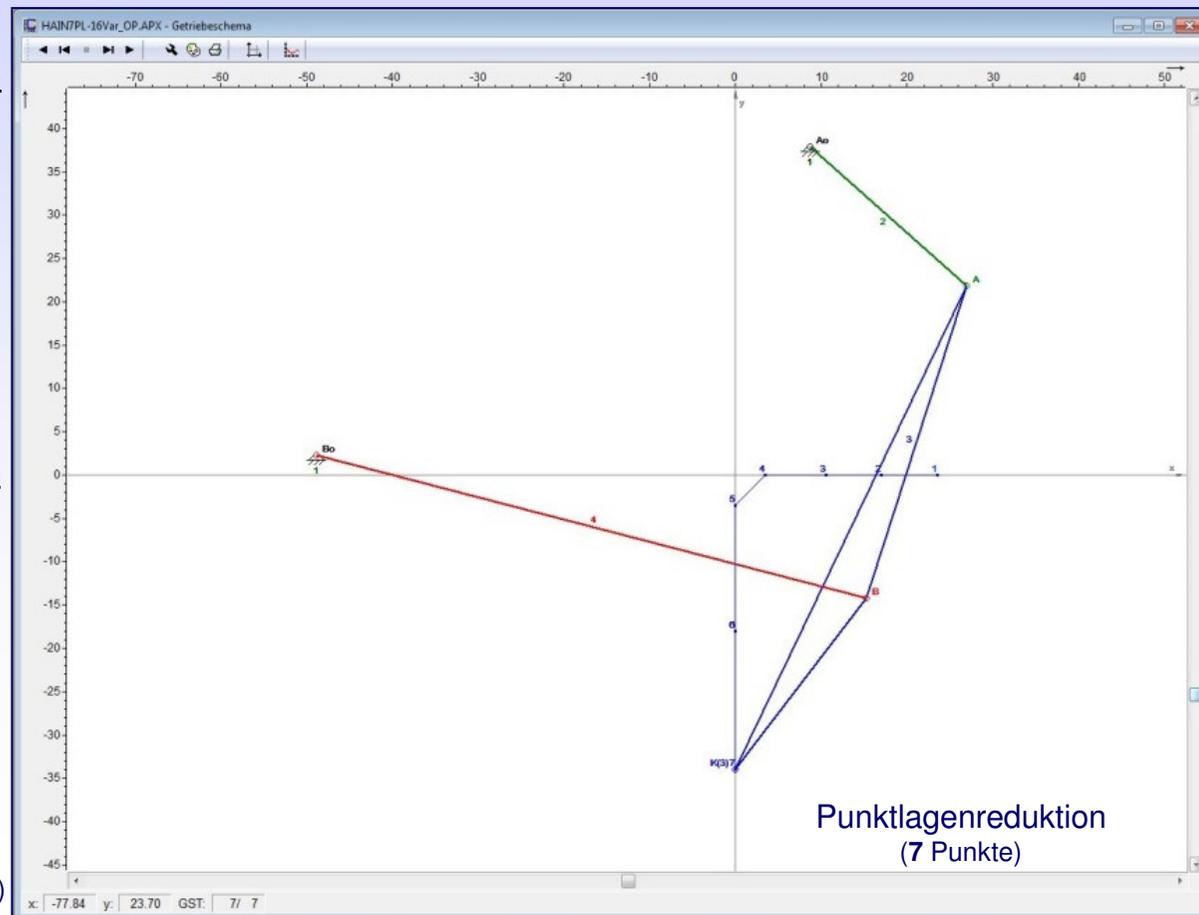
6-gliedriges Getriebe

Ebenenlagen höherer Ordnung

6-gliedrig, 2-punktig gesteuert

Das wissenschaftliche Werk von Hain ist ungewöhnlich umfangreich! Er veröffentlichte insgesamt **361 Artikel** und **13 Bücher** und beschäftigte sich vor allem mit Untersuchungen zur Getriebesystematik sowie mit der Analyse und Maßsynthese von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben. Auf der Grundlage seiner umfangreichen Forschungen führte er verschiedene Methoden und Begriffe ein: **Punktlagenreduktion**, **Polkraftverfahren**, **Drehschubstrecke**, **Totalschwinge**, **Ersatz-Kurvengetriebe**.

Ausgangsgetriebe

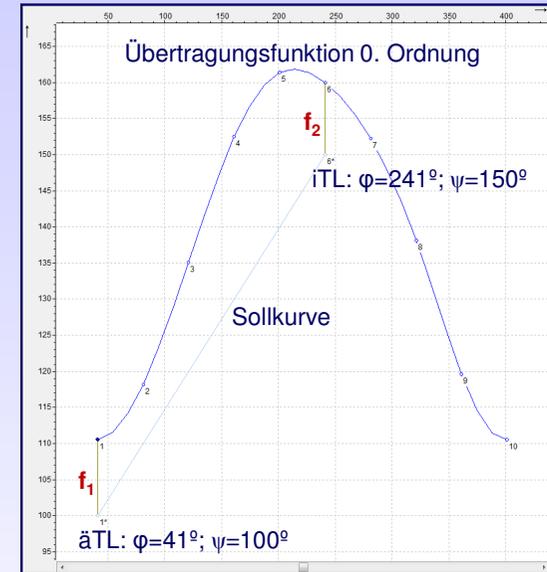
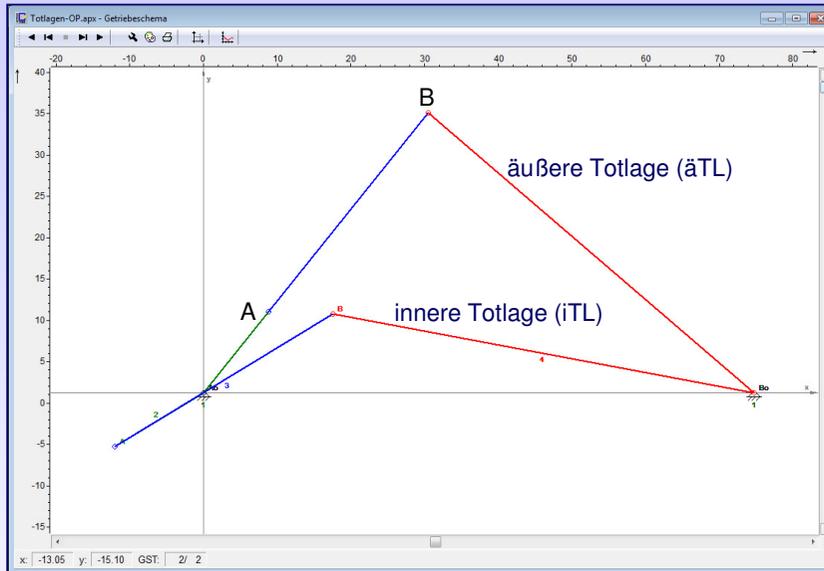


Startversion
Nelder-Mead

Optimierte Version

Laufversion
(praxiswirksam)

Syntheseaufgabe für Übertragungsgetriebe/ Totlagen



Forderungskatalog bearbeiten

GST	Antr.-Winkel	Winkel/Weg	W0	Geschw.	W1	Beschl.	W2	Syntheseinformationen
1	41	100	1	0	5	0	0	äußere Totlagenstellung
2	81	0	0	0	0	0	0	
3	121	0	0	0	0	0	0	
4	161	0	0	0	0	0	0	
5	201	0	0	0	0	0	0	
6	241	150	1	0	5	0	0	innere Totlagenstellung
7	281	0	0	0	0	0	0	
8	321	0	0	0	0	0	0	
9	361	0	0	0	0	0	0	
10	401	0	0	0	0	0	0	

OK Verteilen Abbruch

Aufgabe 2 zur
Getriebesynthese

Zielfunktionsbildung $F(X)$

Die Fehlerfunktion $f(X)$ zugeordneter Werte der Übertragungsfunktionen des Startgetriebes und der gegebenen Sollwerte ist Bestandteil der Zielfunktion $F(X)$.

Approximationskriterium nach Gauß

$$f_G(X) = \sum_{j=1}^m \left((W_{0j} (q_j - q_j^*))^2 + (W_{1j} (\varphi_j - \varphi_j^*))^2 \right)$$

Approximationskriterium nach Tschebyshev

$$f_T(X) = \max_{j=1}^m \left(W_{0j} |q_j - q_j^*| + W_{1j} |\varphi_j - \varphi_j^*| \right)$$

Die sogenannten generalisierten Koordinaten q_j stehen für Winkel bzw. Wege des Abtriebes.

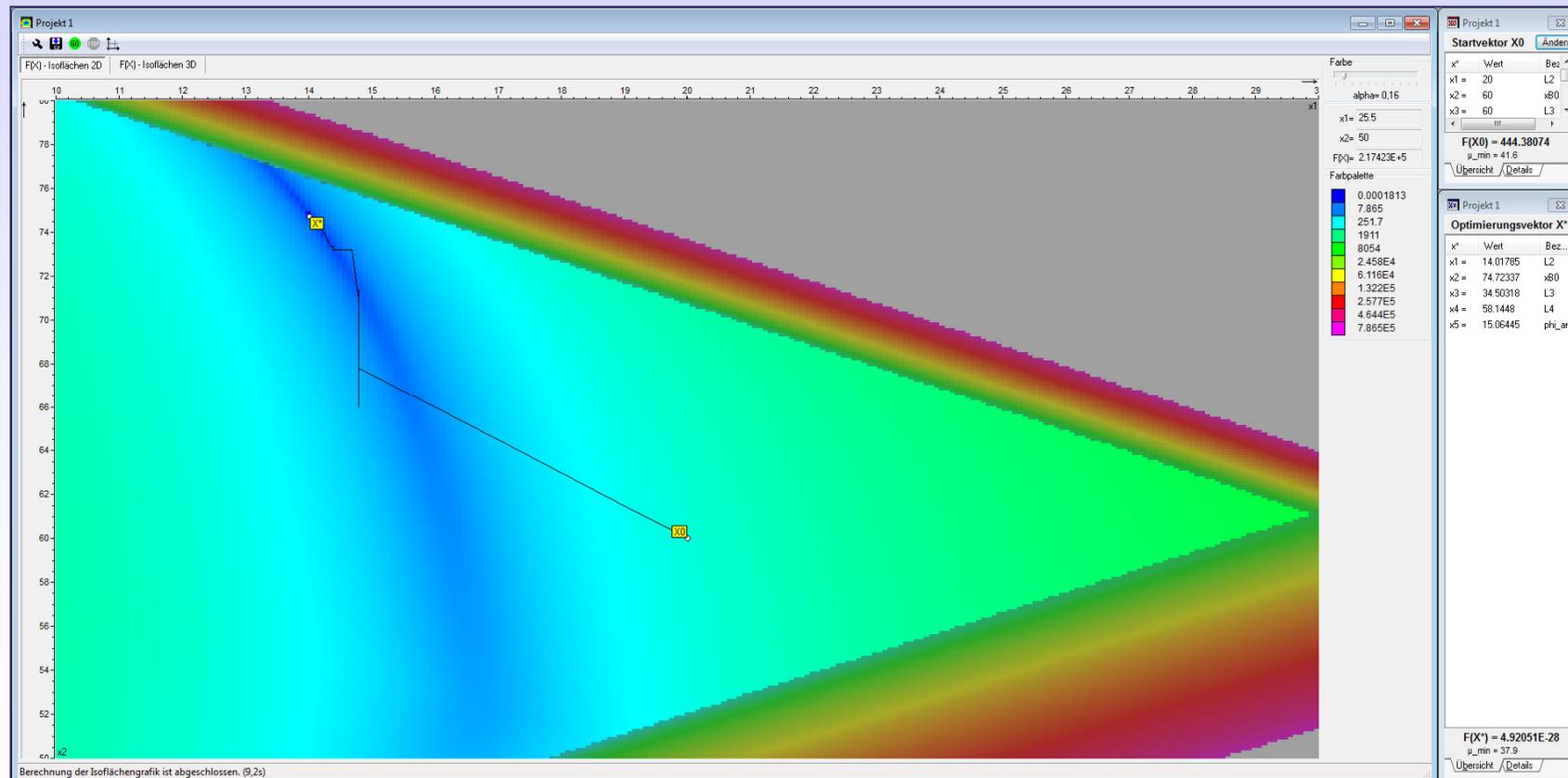
$$\Rightarrow F(X) = f(X) + S(X)$$

Isoflächen der Zielfunktion $F(X)$ und Ergebnisse

Optimaler Entwurf einer Kurbelschwinge für vorgegebene **Totlagenwinkel**, Nelder-Mead Strategie

Synthese einer Kurbelschwinge für eine **transformierte** Übertragungsfunktion 0. Ordnung

Synthese für eine **nicht transformierte** Übertragungsfunktion 0. Ordnung



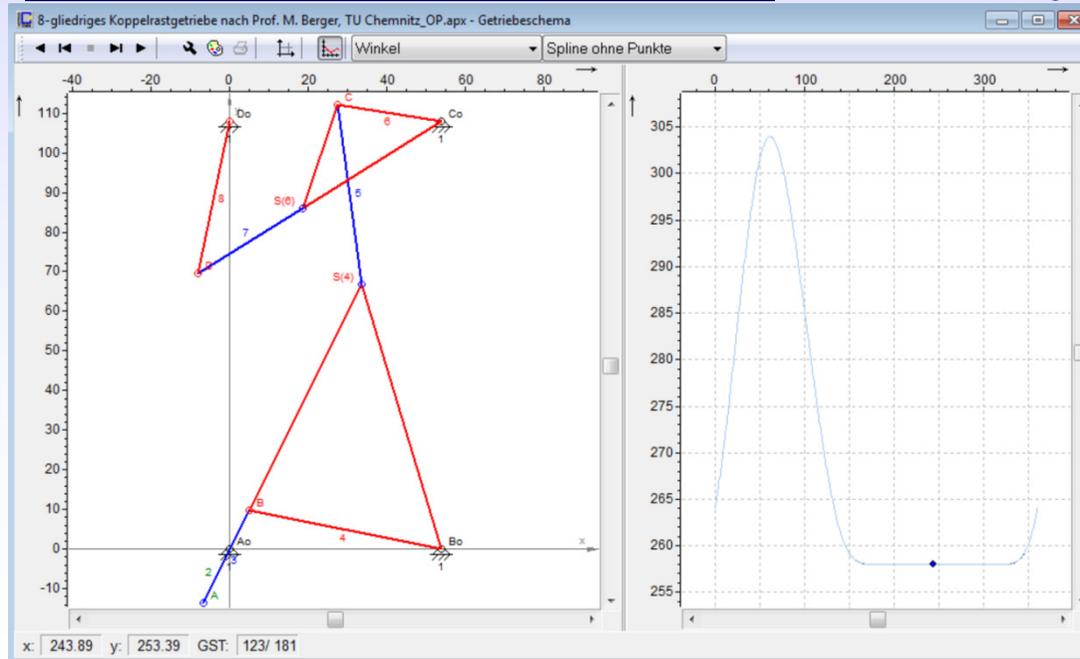
Transformierte Übertragungsfunktion $\ddot{U}F(0)$

Großdimensionale Getriebesynthese

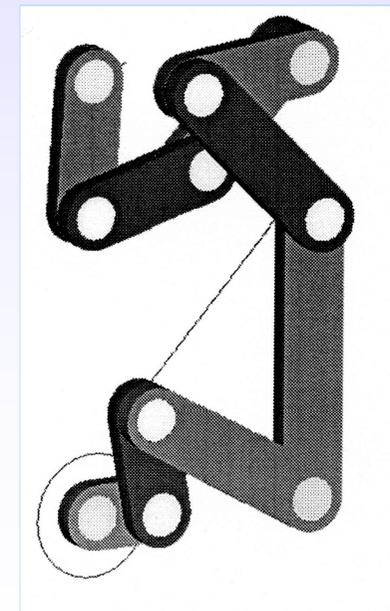
Mechanische Ventilsteuerung zur
Kabinendruckregulierung im **Airbus A380**

Mehrgliedriges Koppelgetriebe mit einer
Rast hoher Güte für den Textilmaschinenbau

Optimierte Variante als praxiswirksames Getriebe, Nelder-Mead Strategie



Konstruktive Ausführung



Großdimensionale Getriebesynthese

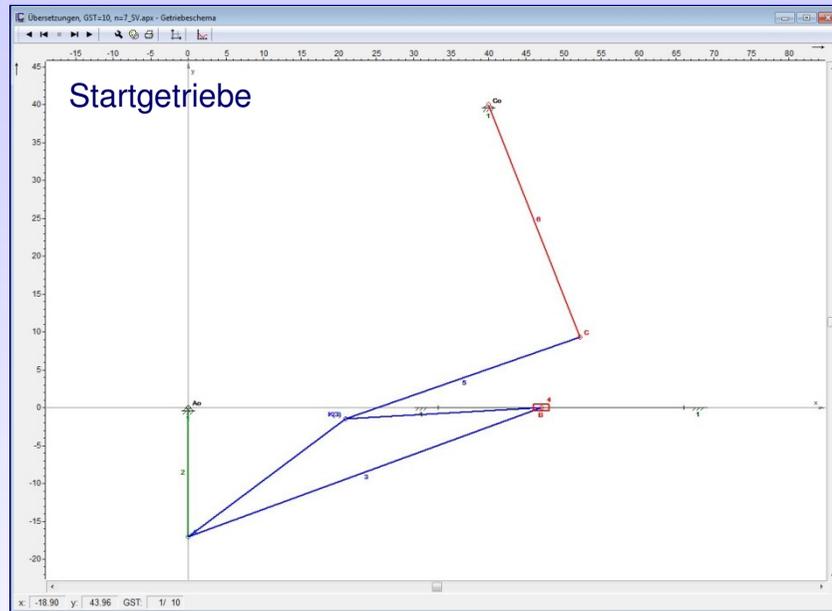
Forderungskatalog für 8-gliedriges Koppelgetriebe mit hoher Rastgüte

GST	Antr.-Winkel	Winkel/Weg	W0	Geschw.	W1	Beschl.	W2	Syntheseinformationen
1	0	264	1	0	0	0	0	Abtriebswinkel
2	62	304	1	0	5	0	0	obere Umkehrlage
3	165	258	1	0	0	0	0	Rast, untere UL
4	180	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
5	195	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
6	210	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
7	225	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
8	240	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
9	255	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
10	270	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
11	285	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
12	300	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
13	315	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
14	330	258	1	0	0	0	0	Rast, uUL
15	360	264	1	0	0	0	0	Abtriebswinkel

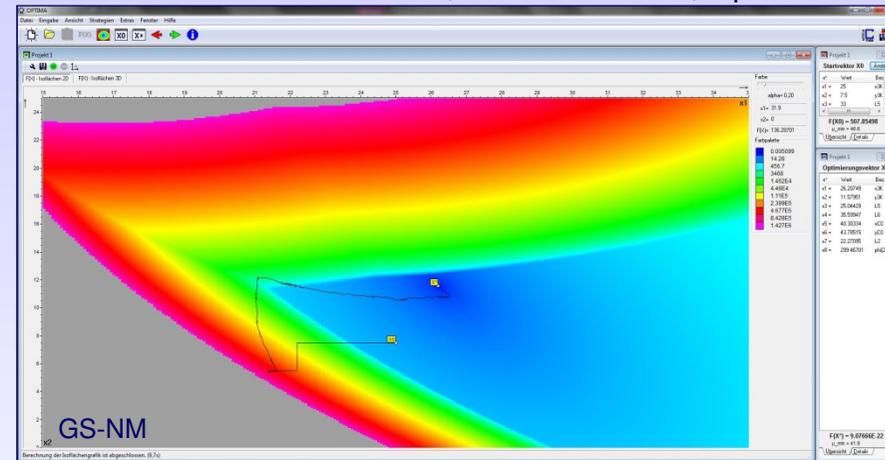
OK Verteilen Abbruch

Antriebsgrößen: Blockbildung

Syntheseaufgabe für Übertragungsgetriebe/ Übersetzungen



Isoflächen der Zielfunktion, Iterationsverlauf, Optimum



Forderungskatalog

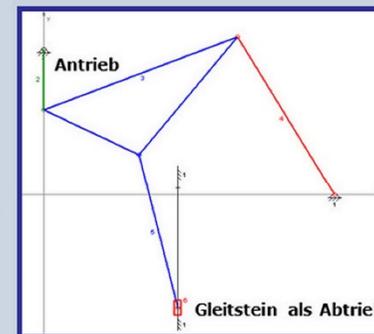
GST	Antr.-Winkel	Winkel/Weg	W0	Geschw.	W1	Beschl.	W2	Syntheseinformationen
1	270	0	0	0	0	0	0	
2	295	0	0	0.7	5	0	25	maximale Übersetzung
3	343	0	0	0	0	0	0	
4	380	330	1	0	5	0	0	obere Umkehrlage
5	417	0	0	0	0	0	0	
6	435	0	0	0	0	0	0	
7	490	0	0	0	0	0	0	
8	527	0	0	0	0	0	0	
9	560	250	1	0	5	0	0	untere Umkehrlage
10	600	0	0	0	0	0	0	

OK Verteilen Abbruch

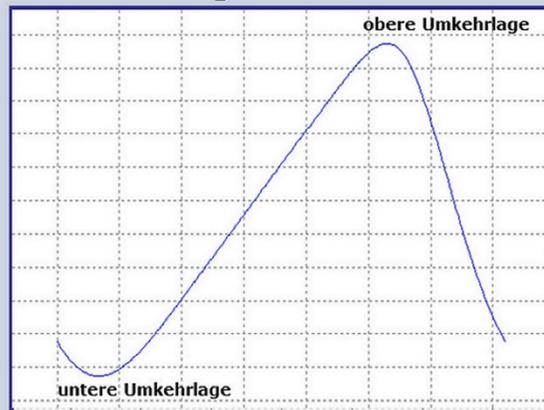
Optimaler Entwurf eines 6-gliedrigen Vorschubgetriebes

Forderungen:

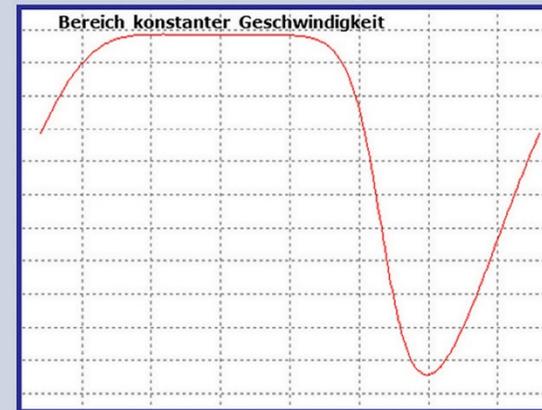
- Bereich konstanter Gleitsteingeschwindigkeit
- Variabler Beginn für konstante Geschwindigkeit
- Amplitude der Gleitsteinbewegung
- Untere Umkehrlage für variablen Antriebswinkel
- Transformierte Übertragungsfunktion
- Übertragungswinkel für 10 Getriebestellungen



Gleitsteinweg



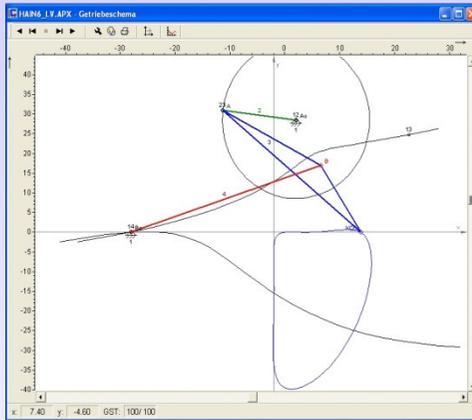
Gleitsteingeschwindigkeit



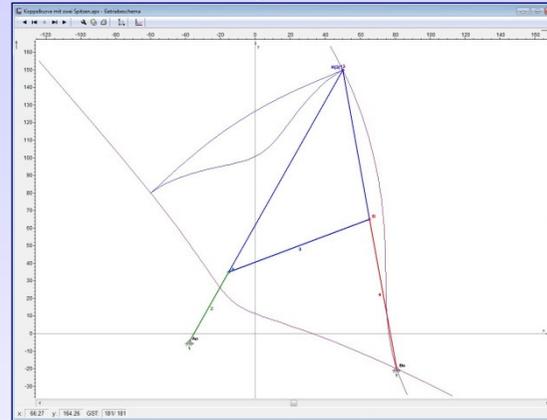
Ausgewählte Lehrbeispiele

Exakte und angenäherte Getriebesynthese

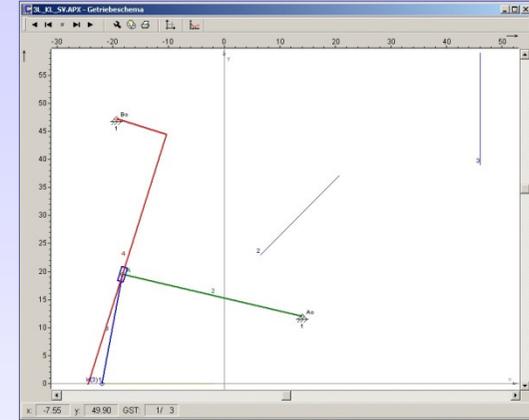
Punktlagenreduktion nach Hain
exakt



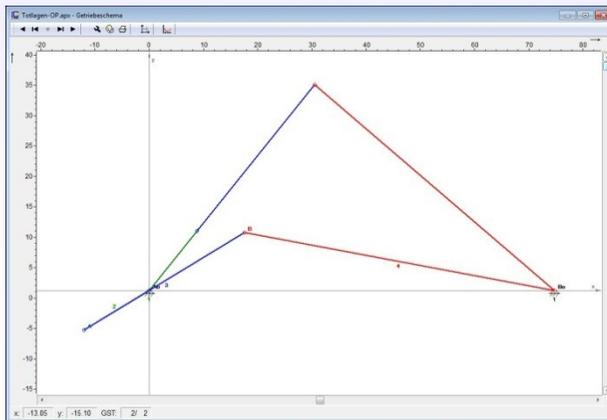
Koppelkurve mit Spitzen
angenähert



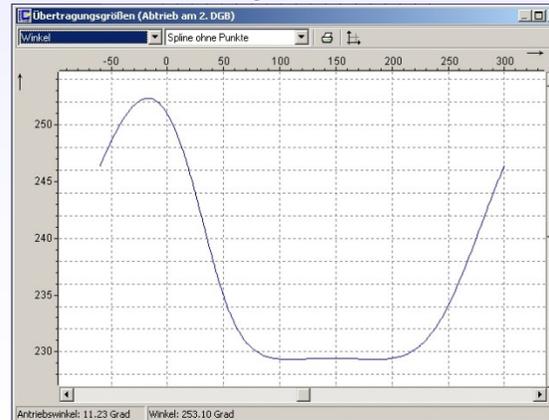
Ebenenlagen nach Modler
exakt



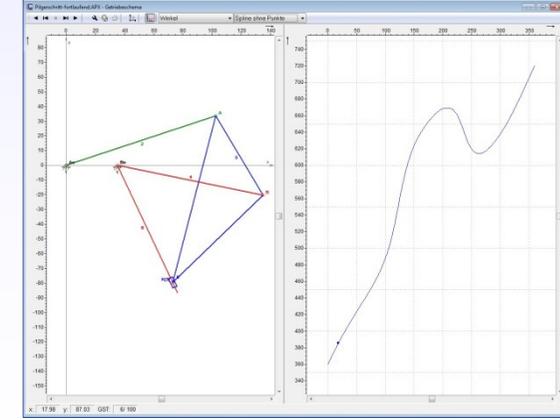
Totlagen nach Alt
exakt



Rastgetriebe nach Lichtenheldt
angenähert



Pilgerschrittbewegung, fortlaufend
angenähert



Aufgabenstellungen zur Getriebesynthese

Aufgabe 1

Kurbelschleife für drei koppel­punkt­gesteuerte Ebenenlagen

Führungsgetriebe

Vorgaben 1 und 2

Aufgabe 2

Totlagenkonstruktion nach Alt

Übertragungsgetriebe

Aufgabe 3

Koppelgetriebe für Umkehr­lagen und extreme Übersetzungen

Übertragungsgetriebe

Vorgaben 3 und 4

Aufgabe 4

Rastgetriebe für eine Rast in der unteren Umkehr­lage

Übertragungsgetriebe

apx - und xls -Dateien

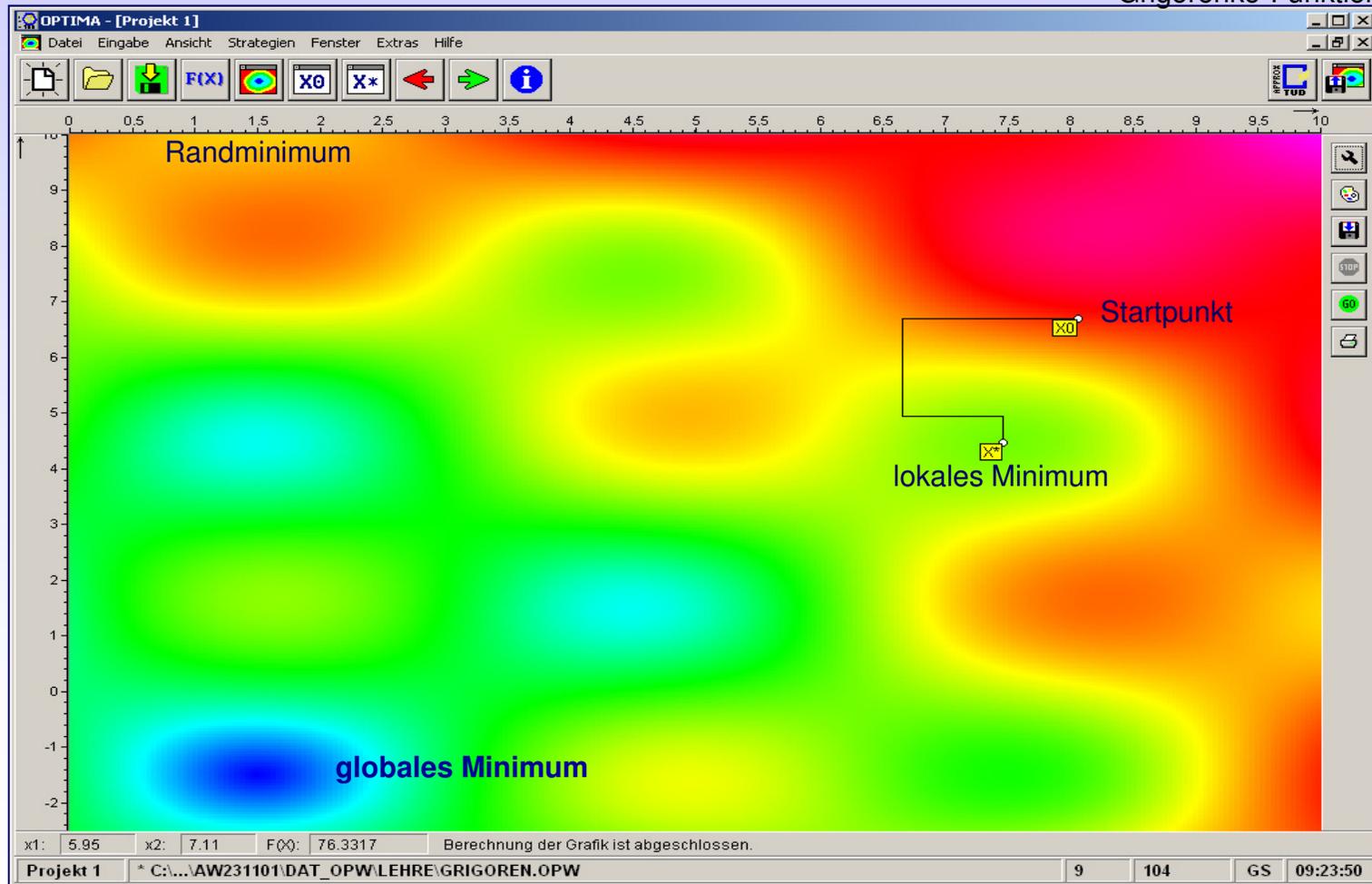
Nichtlineare Optimierung

Probleme, die auftreten können!

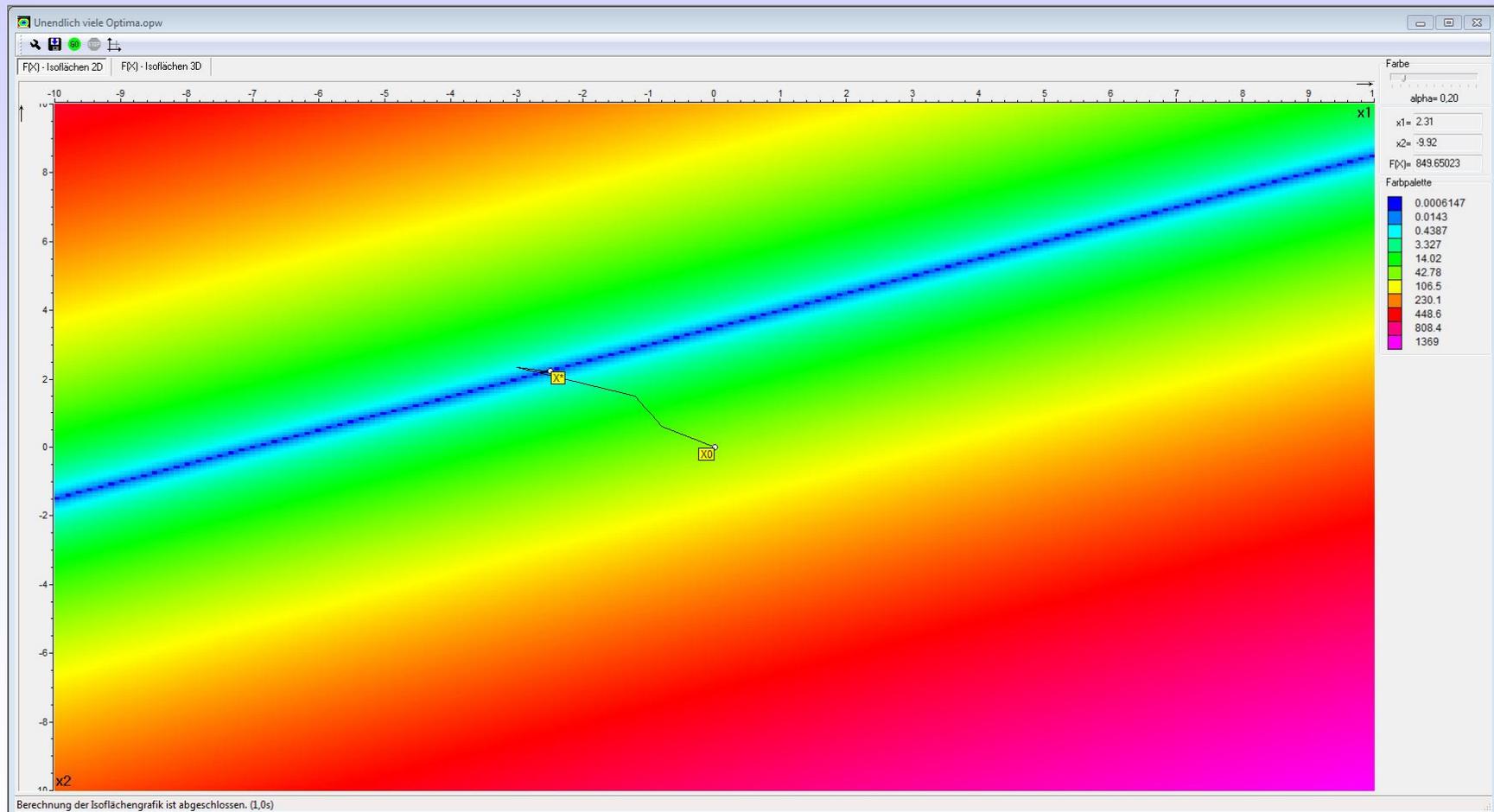
- ★ Lösungsraum mit mehreren lokalen Optima
- ★ Lösungsraum mit unendlich vielen lokalen Optima
- ★ Nadelförmiger Einstieg zum Optimum
- ★ Serpentinenförmiger Verlauf zum Optimum
- ★ Optima mit gleichen Zielfunktionswerten
- ★ Nicht zusammenhängende Lösungsräume
- ★ Unzulässige Komponenten des Variablenvektors
- ★ Zu streng formulierte Restriktionen
- ★ Leistungsschwache Getriebestrukturen
- ★ Gleichungssysteme ohne Lösungen
- ★ Überforderte Optimierungsstrategien.

Problem 1: Mehrere lokalen Optima

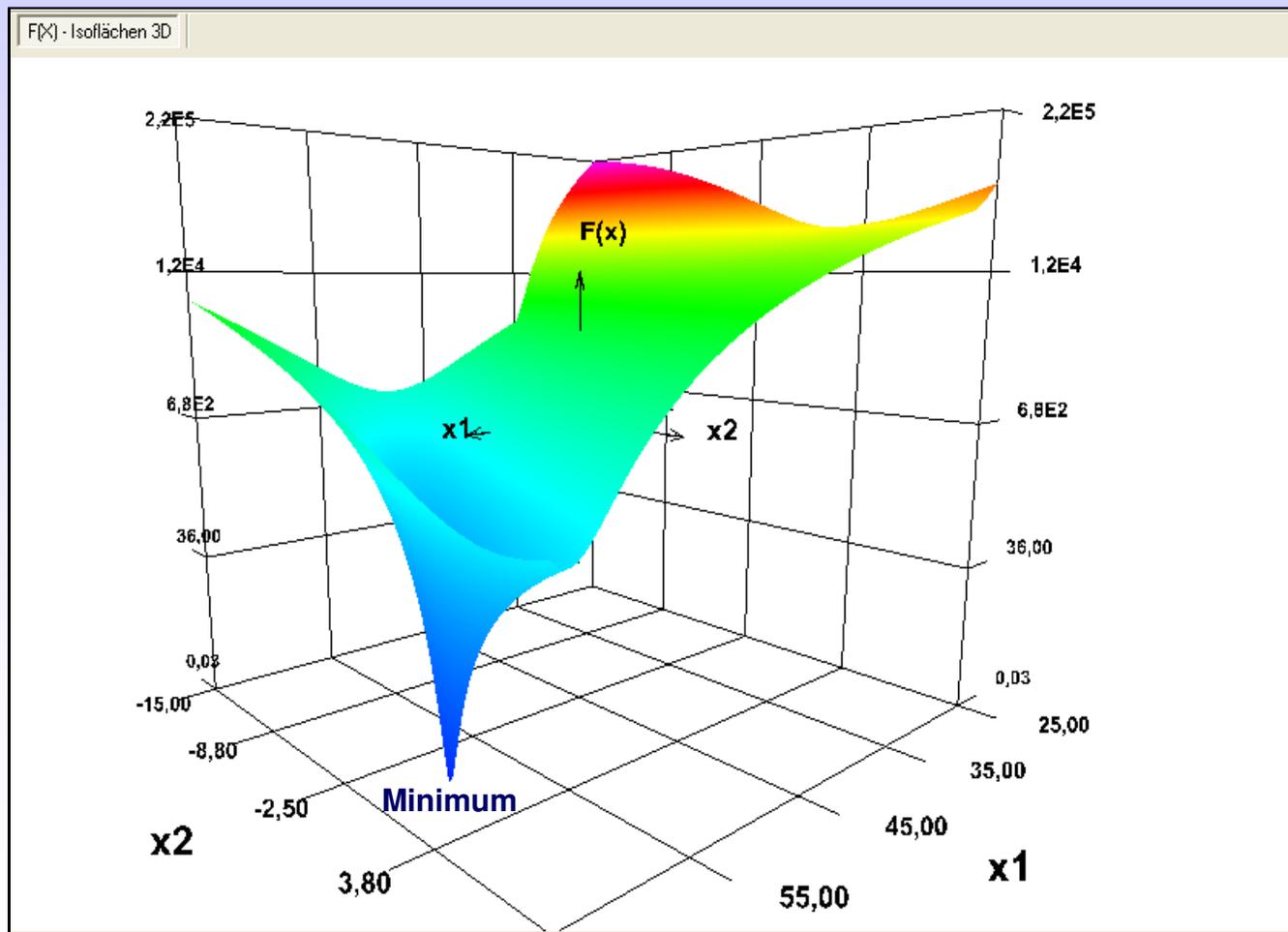
Grigorenko-Funktion



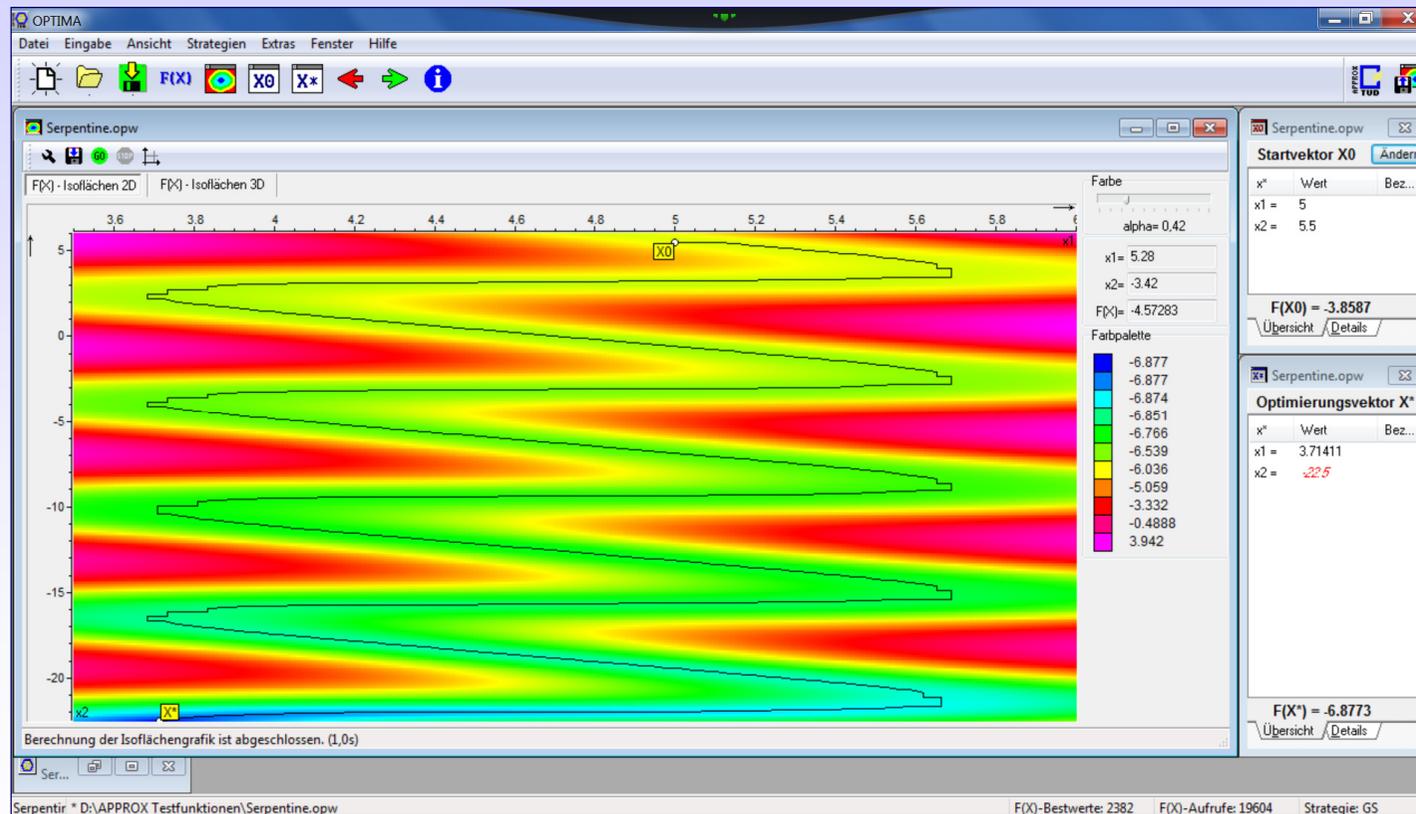
Problem 2: Unendlich viele Optima



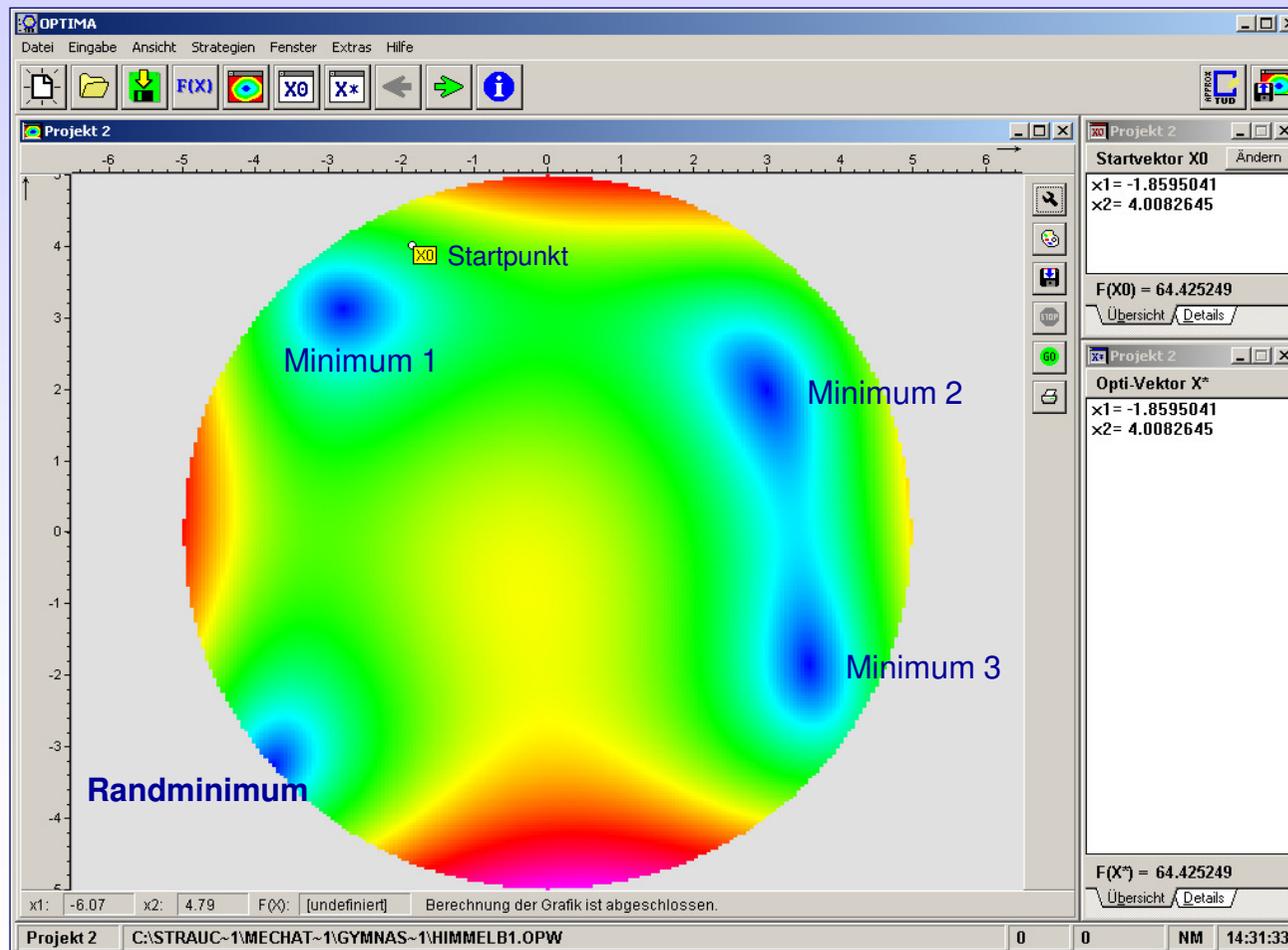
Problem 3: Nadelförmiger Einstieg zum Optimum



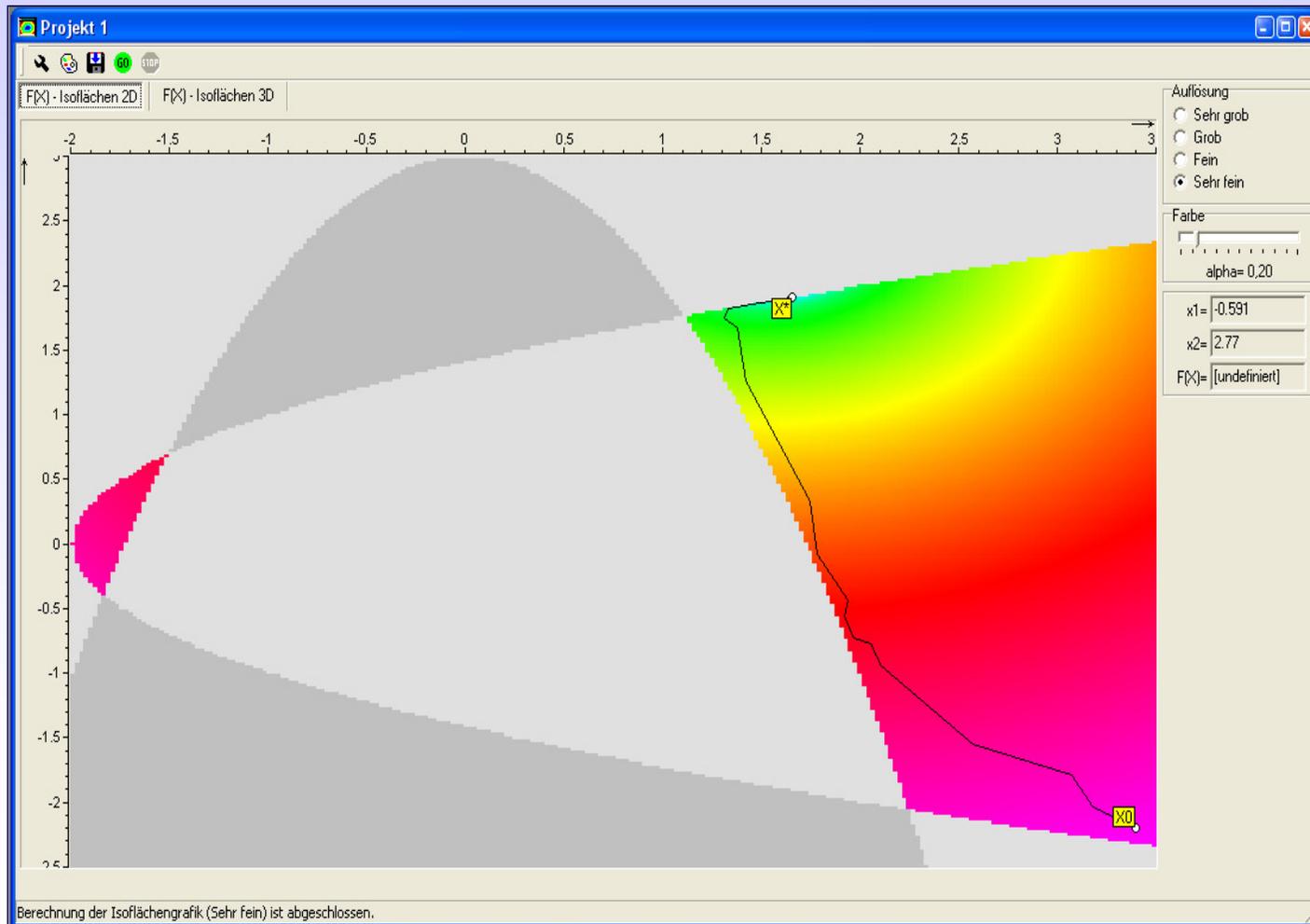
Problem 4: Serpentinenförmiger Verlauf zum Optimum



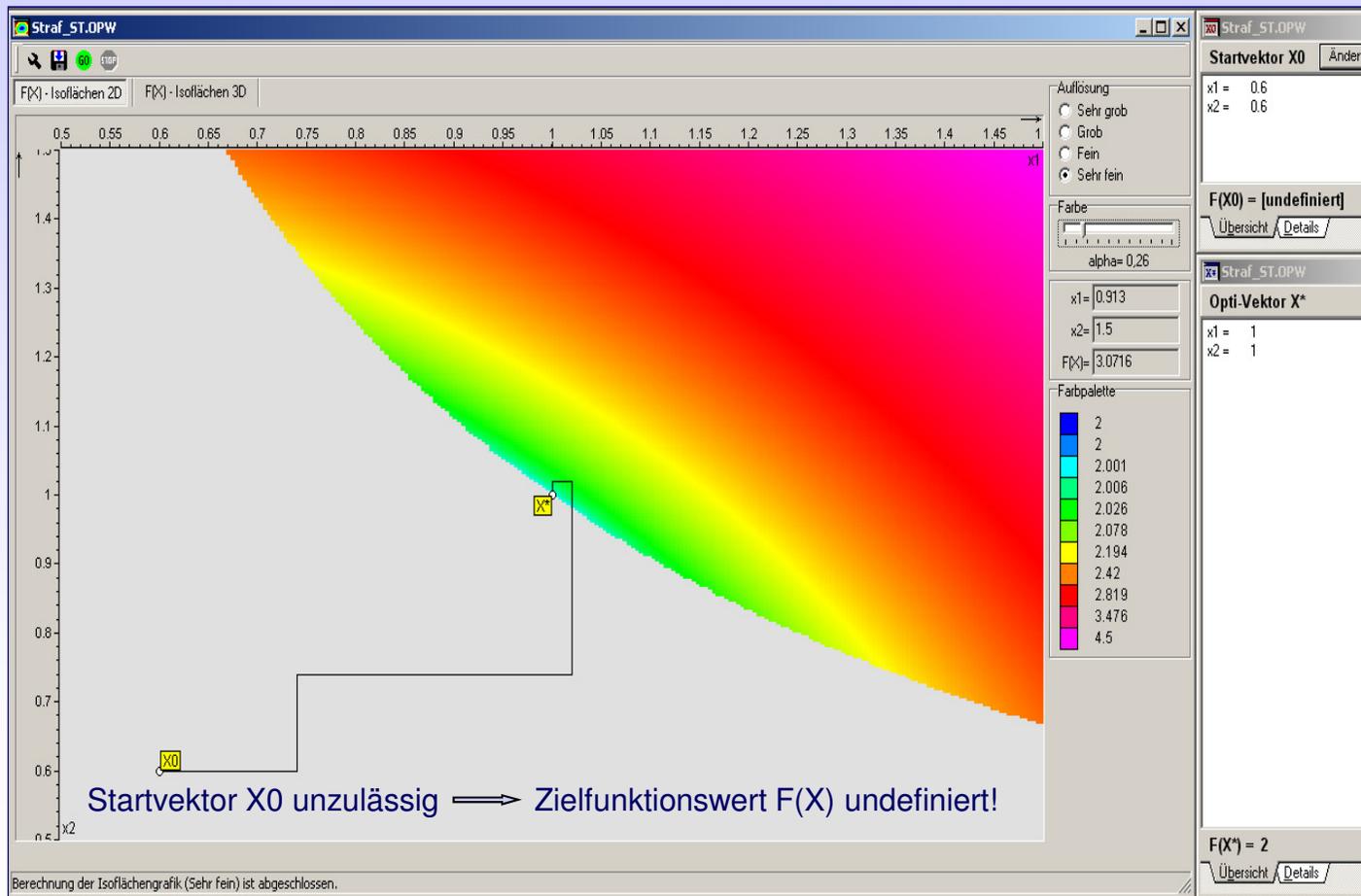
Problem 5: Optima mit gleichen Zielfunktionswerten



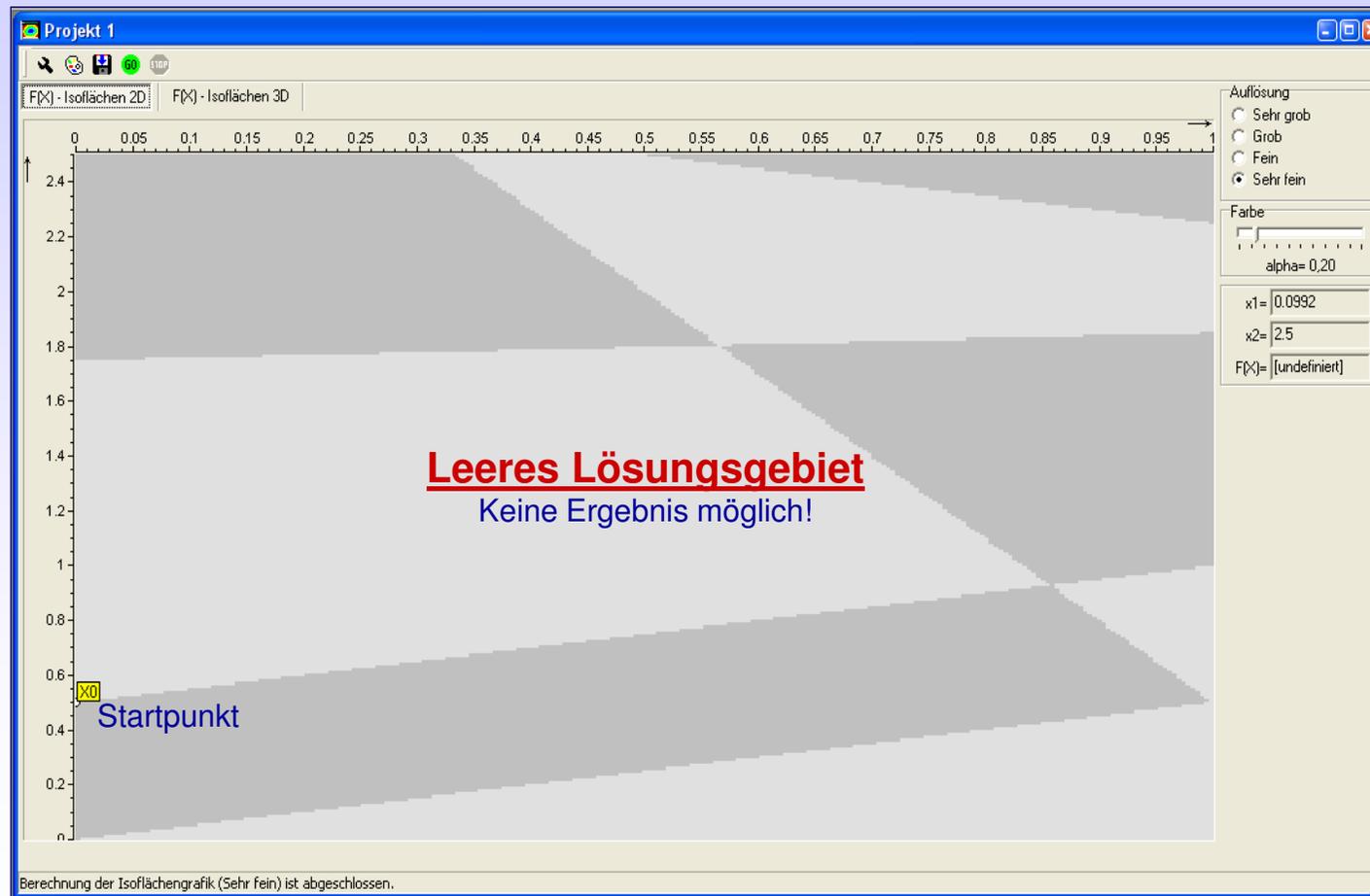
Problem 6: Nicht zusammenhängende Lösungsräume

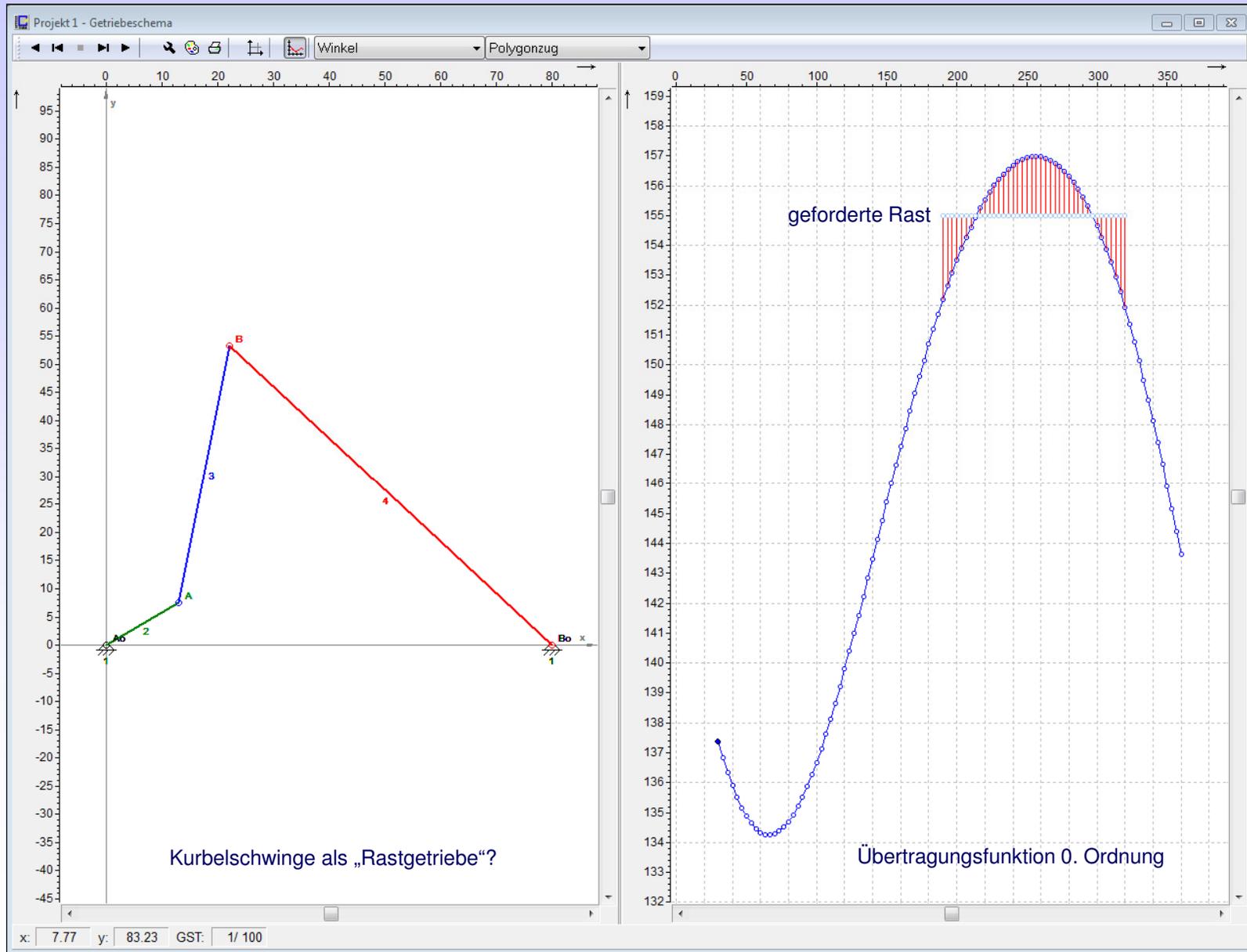


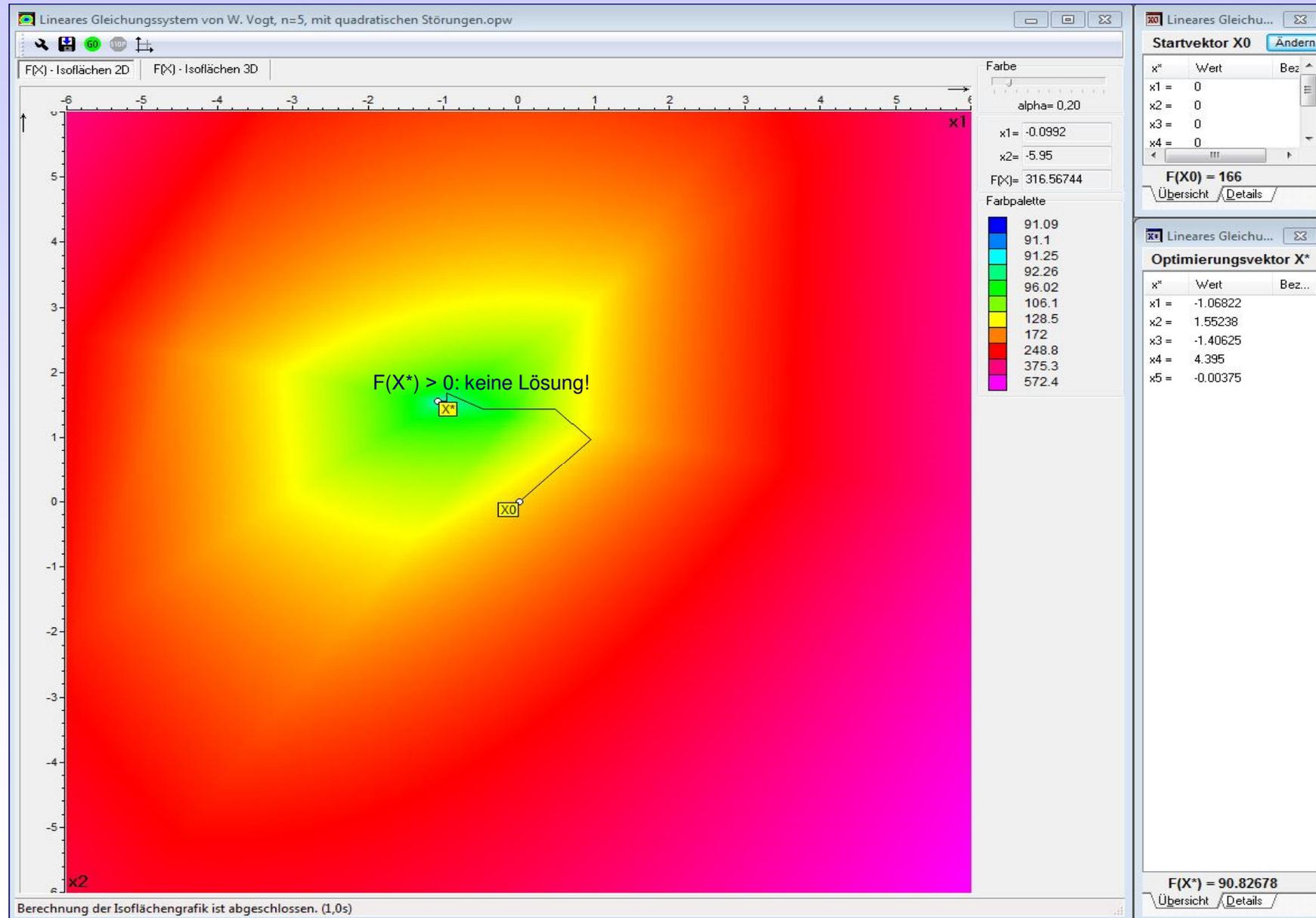
Problem 7: Unzulässige Komponenten des Variablenvektors



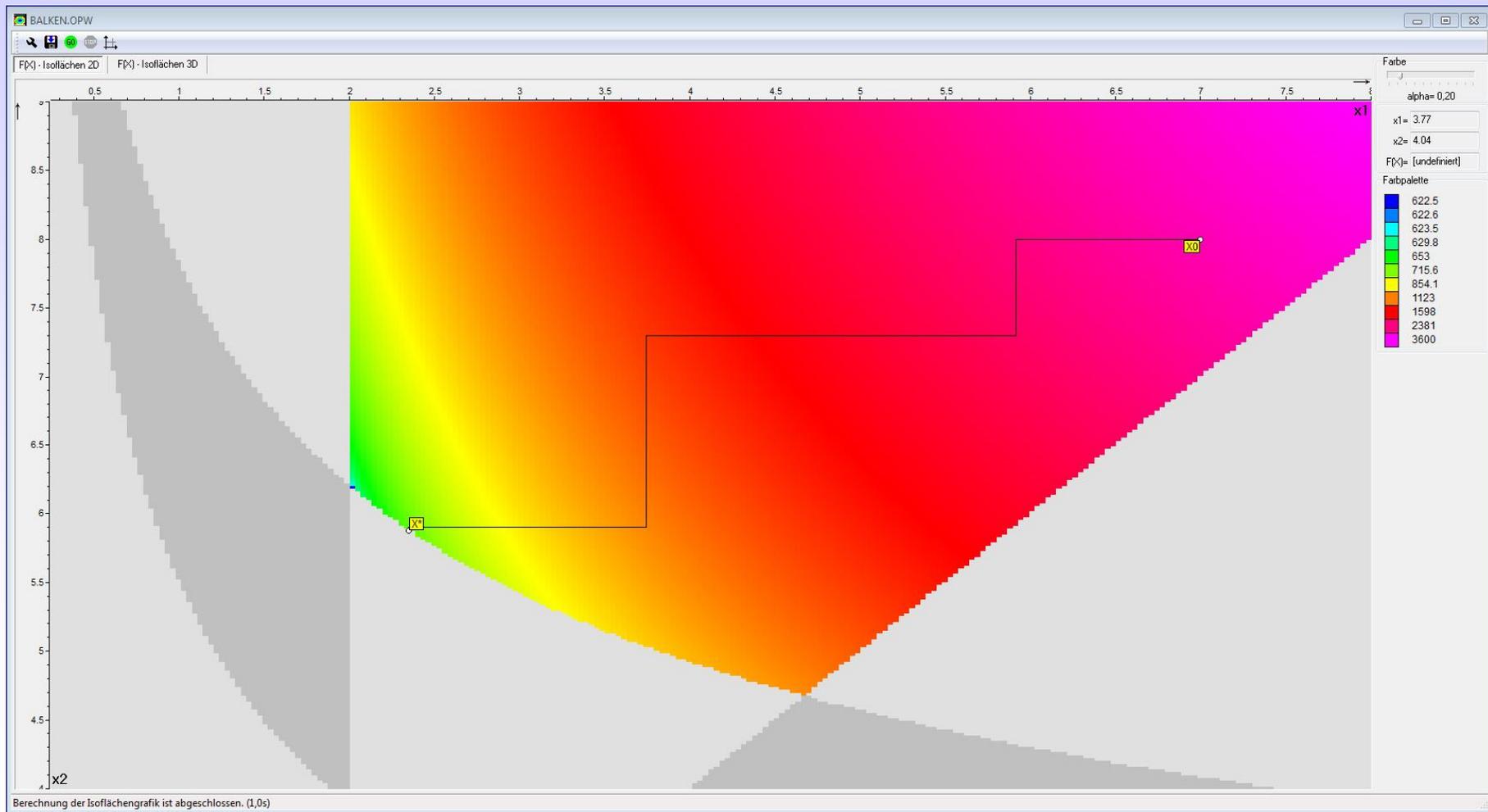
Problem 8: Zu streng formulierte Restriktionen







Problem 11: „Überforderte“ Optimierungsstrategien



Lösungsschritte für Synthese- und Optimierungsaufgaben

Angenäherte Getriebesynthese

Zielfunktion $F(\mathbf{X}) = f(X) := \text{Min!}$

Restringierte Extremwertsuche

Zielfunktion $F(\mathbf{X}) := \text{Max/ Min!}$

Objektstruktur Vorgaben/ Bedingungen	←	Technisches Modell	→	Objektstruktur Vorgaben/ Bedingungen
Übertragungs-/ Führungsfunktionen	←	Mathematisches Modell	→	Funktionsgleichung Ungleichungen
Syntheseaufgabe Forderungskatalog Variablenzuordnung Schranken Übertragungswinkel	←	Optimierungsmodell	→	Zielfunktion Variablenvektor Restriktionsfunktionen

Ergebnisinterpretation

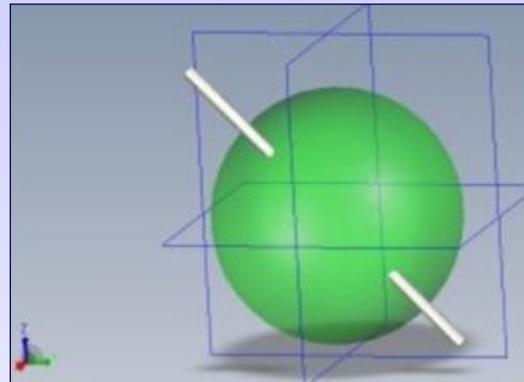
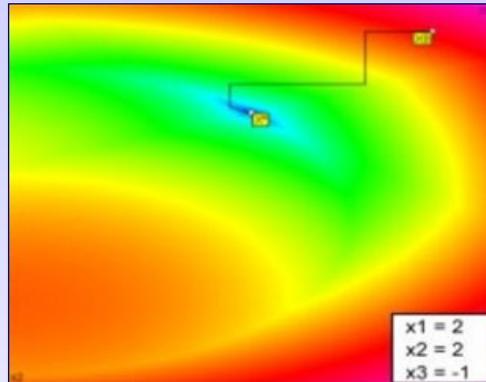
mit dem Ziel einer **praxiswirksamen Variante**

Im Rahmen der vorliegenden Präsentation zum
Praxisorientierten Lehrprojekt
steht im Teil 2 der eigentlich vorgesehene Einstieg in die
Nichtlineare Optimierung
nicht zur Verfügung.

Unabhängig vom Umfang späterer Lehrveranstaltungen
erfolgt schon jetzt
die Lösung einiger Lehrbeispiele:

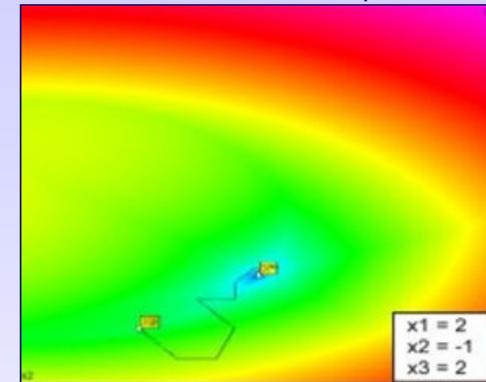
Durchstoßpunkte einer Schnittgeraden zweier Ebenen durch eine Kugel
Lösung eines komplex strukturierten Gleichungssystems
Lösung der Wilson – Funktion nach zwei Verfahren
Bearbeitung auch großdimensionaler Gleichungssysteme

Isoflächendarstellung in
Schnittebene mit Durchstoßpunkt 1



Kugel mit Schnittgerade zweier Ebenen

Isoflächendarstellung in
Schnittebene mit Durchstoßpunkte 2



Das zu lösende Gleichungssystem:

Nach **Gauß** erreicht die Funktion $F(X)$ bei einer Lösung des **Gleichungssystems** den Wert **0**. Sie lautet für die drei Gleichungen des nichtlinearen Systems:

$$F(X) = \text{abs}(h_1) + \text{abs}(h_2) + \text{abs}(h_3), \text{ effektiver mit}$$

$$F(X) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$$

$$h_1 = x_1 - 2x_2 - 2x_3$$

Ebene 1

$$h_2 = x_1 - x_2 + x_3 - 3$$

Ebene 2

$$h_3 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 9$$

Kugel mit Radius $r = 3$

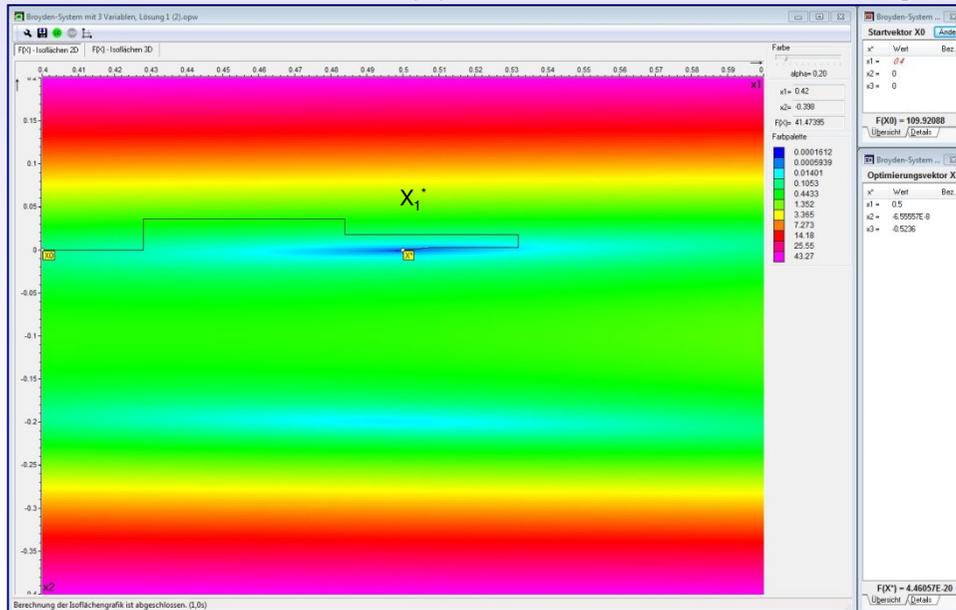
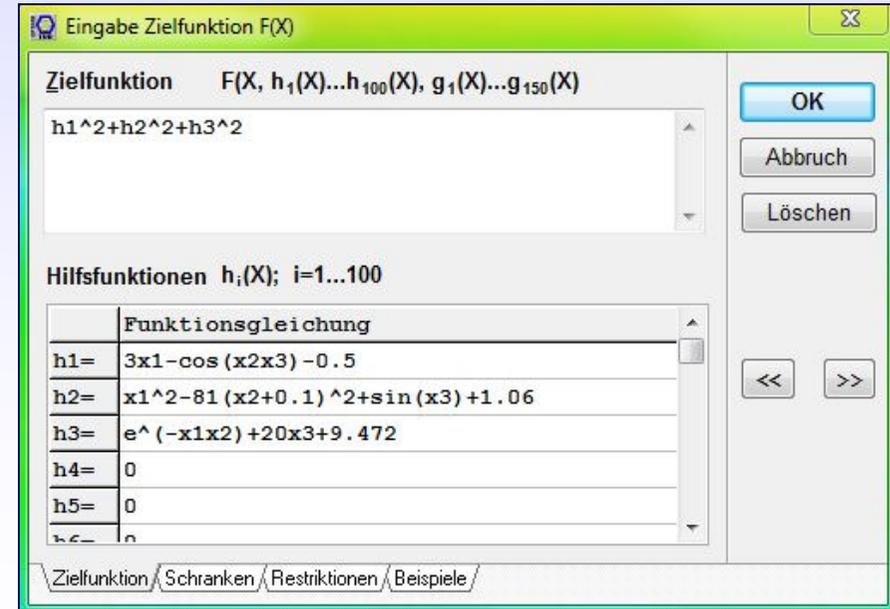
Nichtlineare Optimierung

Komplex strukturiertes Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 3x - \cos(yz) - 1/2 \\ x^2 - 81(y + 0.1)^2 + \sin(z) + 1.06 \\ e^{-xy} + 20z + \frac{10\pi - 3}{3} \end{bmatrix} = 0$$

Isoflächen der Zielfunktion $F(X)$ und Iterationsverlauf zur Lösung 1

Eingabe der Zielfunktion $F(X)$

The screenshot shows the "Eingabe Zielfunktion F(X)" dialog box. The objective function is $F(X, h_1(X) \dots h_{100}(X), g_1(X) \dots g_{150}(X))$. The constraint functions are:

Hilfsfunktionen $h_i(X); i=1 \dots 100$	Funktionsgleichung
$h1=$	$3x1 - \cos(x2x3) - 0.5$
$h2=$	$x1^2 - 81(x2 + 0.1)^2 + \sin(x3) + 1.06$
$h3=$	$e^{-x1x2} + 20x3 + 9.472$
$h4=$	0
$h5=$	0
$h6=$	0

The dialog box also includes buttons for "OK", "Abbruch", "Löschen", and navigation arrows. The bottom of the dialog box has tabs for "Zielfunktion", "Schranken", "Restriktionen", and "Beispiele".

Für dieses 3-dimensionale System mit $x_1:=x \dots x_2:=y \dots x_3:=z$ gibt es **zwei Lösungen!**
Gleichungssystem von **Broyden**

Minimierung der Wilson – Funktion

Lösung über Standardaufgabe

Optimierungsmodell

$$F(X) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 5x_2 := \text{Min!}$$

$$g_1(X) = x_{1\text{min}} - x_1 \leq 0$$

$$g_2(X) = x_1 - x_{1\text{max}} \leq 0$$

$$g_3(X) = x_{2\text{min}} - x_2 \leq 0$$

$$g_4(X) = x_2 - x_{2\text{max}} \leq 0$$

$$g_5(X) = -x_1^2 - x_2 + 3 \leq 0: \text{aktive NB!}$$

$$g_6(X) = x_2^2 - x_1 - 2 \leq 0$$

Minimum (global)

$$X^* = (1,65; 1,91)^T$$

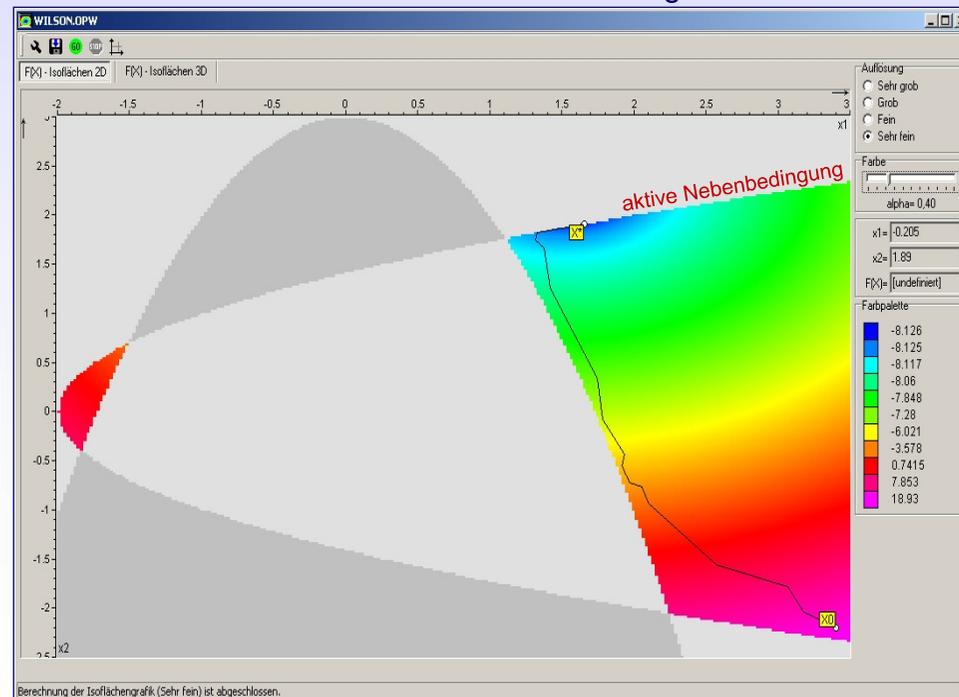
$$F(X^*) = -8,13$$

Minimum (lokal)

$$X^* = (-1,52; 0,69)^T$$

$$F(X^*) = 3,87$$

Zwei Lösungsbereiche für Minima



Wilson – Funktion mit Lagrange – Ansatz Lösung über Gleichungssystem

Optimierungsmodell

$$L(X, \lambda) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 5x_2 + \lambda(x_2^2 - x_1 - 2) := \text{Min!} \quad \text{mit } \lambda = x_3$$

$$g_6(X) = x_2^2 - x_1 - 2 \leq 0: \text{ aktive NB!}$$

Partielle Ableitungen

$$\partial L(X) / \partial x_1 = 2x_1 - 3 - x_3 = 0$$

$$\partial L(X) / \partial x_2 = 2x_2 - 5 + 2x_2x_3 = 0$$

$$\partial L(X) / \partial x_3 = x_2^2 - x_1 - 2 = 0$$

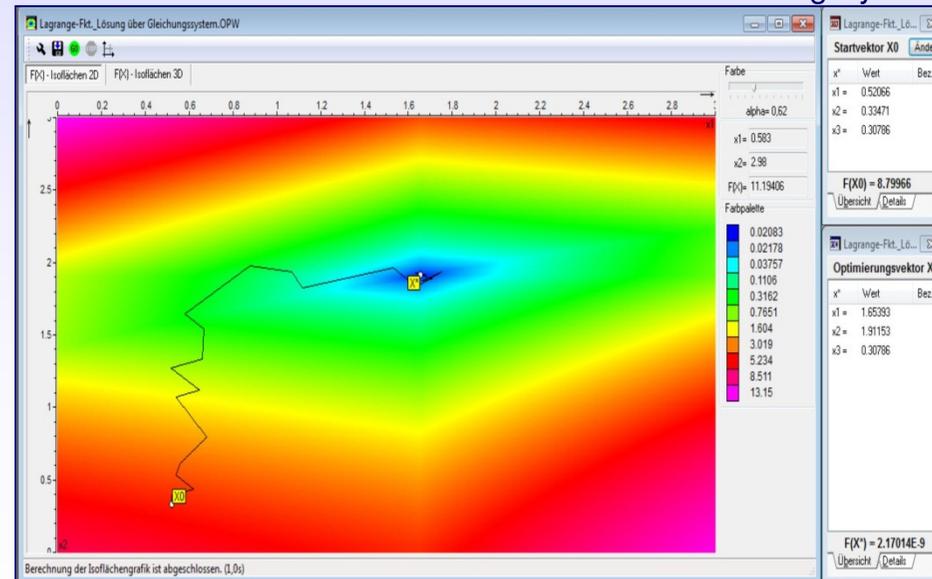
Lösung über Gleichungssystem

$$X^* = (1,65393; 1,91153)^T$$

$$F(X^*) = 0$$

$$\lambda = 0,30786$$

Isoflächen für Gleichungssystem



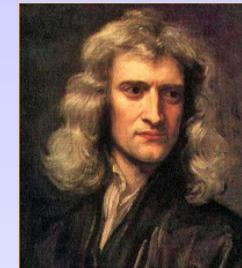
Kleindimensionales Gleichungssystem

Gleichungssystem von W. Vogt

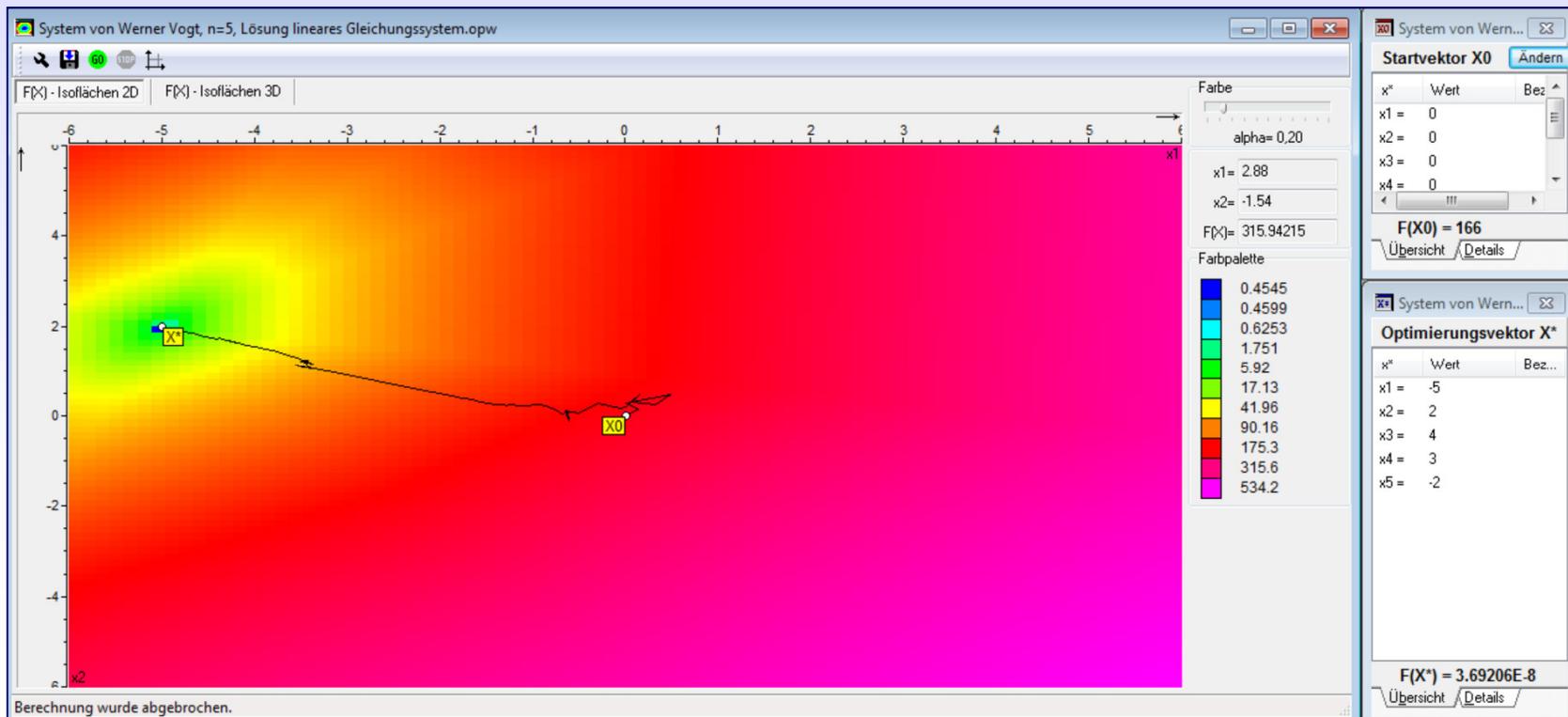
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 & 7 & -6 \\ 9 & -6 & 8 & 14 & -12 \\ -6 & 8 & -8 & -5 & 9 \\ 3 & 14 & -4 & 2 & -15 \\ 12 & -4 & 12 & 3 & 28 \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} 6 \\ 41 \\ -19 \\ 33 \\ -67 \end{pmatrix}$$

$$A x = a$$

Lineares System: $F(X^*) = 0$, lösbar!



Sir Isaak Newton



Großdimensionale Gleichungssysteme

Nichtlineares Gleichungssystem von W. Vogt

$$2x_1 - x_2 = \lambda x_1 (1 - x_1)$$

$$-x_{j-1} + 2x_j - x_{j+1} = \lambda x_j (1 - x_j) \quad \lambda = 1; \quad n = 41 \quad (250)$$

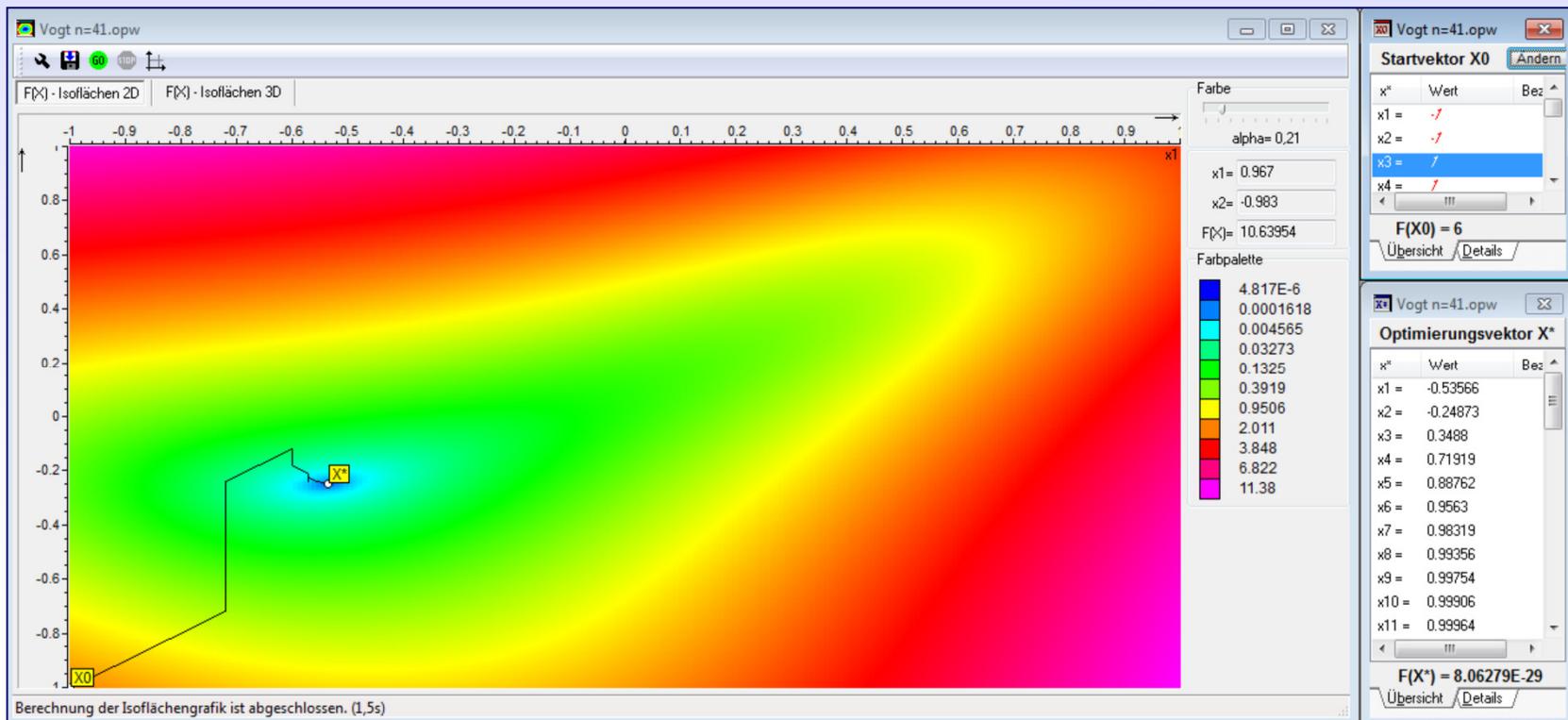
$$-x_{n-1} + 2x_n = \lambda x_n (1 - x_n) \quad \lambda > 0; \quad j = 2(1) n-1$$

Lösung mit n = 250, HJ

Lösung 3, mit n = 41, HJ

Lösung 2, mit n = 41, HJ

Lösung 1, mit n = 41, GS/ NM



Isoflächendarstellung und Iterationsverlauf für ein System mit 41 Gleichungen

Ende der Präsentation:

**Getriebesynthese/ Optimierung
und Beispiele
zum
Rechnerunterstützten Praktikum**